الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

7	المعامل	RS23 الرياضيات	المادة
3	مدة الإنجاز	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	الشعب(ة) أو المسلك

Informaciones generales

- **Esta permitido el uso de calculadora no programable**
- **Duracion de la prueba : 3 horas**
- **Numero de paginas :3 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las dos restantes contienen los ejercicios de la prueba)**
- **El alumno puede desarrollar los ejercicios del examen en el orden que desee**
- **Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas**
- **Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores**

Informaciones especificas

- **La prueba se compone de cuatro ejercicios independientes y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :**

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Resolucion de ecuaciones e inecuaciones exponenciales neperianas	2.5 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	4 puntos
Tercer ejercicio	Sucesiones numericas	3.5 puntos
Cuarto ejercicio	Estudio de funcion y calculo integral	10 puntos

- **En el cuarto ejercicio, ln designa el logaritmo neperiano .**

PRUEBA

Primer ejercicio(2.5 puntos)

0.5 1) a) Resolver en $\mathbb{R}$ la ecuacion : $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 b) Resolver en $\mathbb{R}$ la ecuacion : $e^x - \dfrac{3}{e^x} - 2 = 0$

1 2) Resolver en $\mathbb{R}$ la inecuacion : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$

Segundo ejercicio(4.puntos)

1 1) Resolver en el conjunto $\mathbb{C}$ de los numeros complejos la ecuacion : $z^2 - 6z + 18 = 0$.

2) Se consideran en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ los puntos A y B cuyos afijos son respectivamente : $a = 3+3i$, $b = 3-3i$.

0.5 a) Escribir en forma polar cada uno de los dos numeros complejos a y b .

0.75 b) Demostrar que b' afijo del punto B' imagen del punto B por la traslacion de vector $\overrightarrow{OA}$ es 6 .

1 c) Demostrar que $\dfrac{b-b'}{a-b'} = i$ y deducir que el triangulo $AB'B$ es isosceles y rectangulo en B'

0.75 d) Deducir de lo anterior que el cuadrilatero $OAB'B$ es un cuadrado .

Tercer ejercicio(3.5 puntos)

Sea (u_n) la sucesion numerica definida por : $u_0 = 1$ y $u_{n+1} = \dfrac{6u_n}{1+15u_n}$ para todo n en $\mathbb{N}$

0.5 1) a) Verificar que : $u_{n+1} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{u_n - \dfrac{1}{3}}{15u_n + 1}$ para todo n en $\mathbb{N}$.

0.5 b) Demostrar por induccion que $u_n > \dfrac{1}{3}$ para todo n en $\mathbb{N}$.

1.5 2) Sea (v_n) la sucesion numerica definida por lo siguiente $v_n = 1 - \dfrac{1}{3u_n}$ para todo n en $\mathbb{N}$

Demostrar que (v_n) es una sucesion geometrica de razon $\dfrac{1}{6}$ y escribir v_n en funcion de n .

1 3)Demostrar que $u_n = \dfrac{1}{3 - 2\left(\dfrac{1}{6}\right)^n}$ para todo n en $\mathbb{N}$ y deducir $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Cuarto ejercicio(10 puntos)

I- Se considera la funcion numerica g definida sobre $I = \left]0,+\infty\right[$ por lo siguiente :

$g(x) = x - 1 + \ln x$

0.5 1) a) Demostrar que : $g'(x) = \dfrac{x+1}{x}$ para todo x en I .

0.5 b) Demostrar que la funcion g crece sobre I .

1 2) Deducir que $g(x) \geq 0$ sobre $\left[1,+\infty\right[$ y $g(x) \leq 0$ sobre $\left]0,1\right]$ (Observar que $g(1) = 0$) .

II- Sea la funcion numerica f definida sobre I por $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$ y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unidad 1 cm) .

0.75 1)a) Demostrar que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ e interpretar geometricamente el resultado .

1 b) Demostrar que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ y que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$.

(Observar que $\dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{\ln x}{x}$ para todo x en I) .

0.5 c)Deducir que (C) admite una rama parabolica en el entorno de $+\infty$ y se pide hallar su direccion .

1 2)a) Demostrar que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ para todo x en I .

0.5 b) Deducir que la funcion f crece sobre $\left[1,+\infty\right[$ y decrece sobre $\left]0,1\right]$.

0.25 c) Dar la tabla de variaciones de f sobre I .

1 3) Trazar la grafica (C) (se admite que (C) tiene un unico punto de inflexion cuya abscisa esta entre $1{,}5$ y 2) .

0.5 4) a) Demostrar que $H : x \mapsto \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ es una funcion primitiva de $h : x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$ sobre I .

0.75 b) Demostrar que $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx = \frac{1}{2}$.

1 c) Usando una integracion por partes demostrar que $\displaystyle\int_1^e \ln x\,dx = 1$.

0.25 5)a)Verificar que $f(x) = \ln x - \dfrac{\ln x}{x}$ para todo x en I .

0.5 b) Demostrar que el area del recinto del plano limitado por (C) ,el eje de abscisas y las dos rectas de ecuaciones $x = 1$ y $x = e$ es $0.5\ cm^2$.