الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2014

الموضوع

RS 23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	المعامل	7

Instrucciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Número de páginas : 3 (la primera pagina contiene instrucciones y componentes de la prueba. Las dos restantes contienen la prueba)
- El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le sea adecuado
- Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en más de un ejercicio,cada uno de ellos está relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

Componentes de la prueba

- La prueba se compone de cinco ejercicios independientes entre si y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Sucesiones numericas	3 puntos
Tercer ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Cuarto ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Quinto ejercicio	Estudio de función y calculo integral	8 puntos

PRUEBA

Primer ejercicio (3 puntos)

Consideramos en el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, el punto $A\left(0,0,1\right)$, el plano $\left(P\right)$ de ecuación: $2x+y-2z-7=0$ y la esfera $\left(S\right)$ de centro $\Omega\left(0,3,-2\right)$ y de radio 3

0.5 1) a) Demostrar que: $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases} \quad (t\in I\!R)$ es una representación paramétrica de la recta $\left(\Delta\right)$ que pasa por el punto A y es perpendicular al plano $\left(P\right)$.

0.5 b) Verificar que $H(2,1,-1)$ es el punto de corte del plano $\left(P\right)$ y la recta $\left(\Delta\right)$.

0.75 2)a) Demostrar que $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}=3\left(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}\right)$ siendo $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$.

0.5 b) Demostrar que la distancia de Ω a la recta $\left(\Delta\right)$ es igual a 3

0.75 c) Deducir que la recta $\left(\Delta\right)$ es tangente a la esfera $\left(S\right)$ y verificar que H es el punto de tangencia de la recta $\left(\Delta\right)$ y la esfera $\left(S\right)$.

Segundo ejercicio (3 puntos)

Consideramos la sucesión numérica $\left(u_n\right)_{n\in\mathbf{N}^*}$ definida por: $u_1=5$ y $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{1+u_n}$ para todo n en $\mathbf{N}^*$

0.75 1) Demostrar por inducción que $u_n>2$ para todo n en $\mathbf{N}^*$.

2) Consideramos la sucesión numérica $\left(v_n\right)_{n\in\mathbf{N}^*}$ definida por: $v_n=\dfrac{3}{u_n-2}$ para todo n en $\mathbf{N}^*$

1 a) Demostrar que: $v_{n+1}=\dfrac{1+u_n}{u_n-2}$ para todo n en $\mathbf{N}^*$ y demostrar que la sucesión $\left(v_n\right)_{n\in\mathbf{N}^*}$ es aritmética de razón 1

0.75 b) Escribir v_n en función de n y deducir que $u_n=2+\dfrac{3}{n}$ para todo n en $\mathbf{N}^*$.

0.5 c) Determinar $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

Tercer ejercicio (3 puntos)

Para determinar las dos preguntas de un examen oral en un concurso de contrato de un personal, un candidato, extrae, al azar, sucesivamente (una tras otra) y sin reemplazamiento, dos tarjetas de una urna que contiene 10 tarjetas: 8 tarjetas referentes (que tratan de) a las matemáticas y 2 tarjetas referentes a la lengua francesa (consideramos que las tarjetas son indiscernibles al tacto).

1.5 1) Consideramos el suceso A: “extraer 2 tarjetas referentes a la legua francesa ” y el suceso B “extraer 2 tarjetas referentes a dos asignaturas diferentes ”

Demostrar que $p\left(A\right)=\dfrac{1}{45}$ y que $p\left(B\right)=\dfrac{16}{45}$

2) Sea X la variable aleatoria que asocia cada extracción con el número de tarjetas extraídas referentes a la lengua francesa.

0.25 a) Verificar que los valores que toma la variable aleatoria X son 0 , 1 y 2

1.25 b) Demostrar que $p\left(X=0\right)=\dfrac{28}{45}$ y dar la ley de probabilidad de X

Cuarto ejercicio(3 puntos)

0.75 1) Resolver en el conjunto $\mathbb{C}$ de los números complejos, la ecuación : $z^2 - 4z + 5 = 0$

2) Consideramos, en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O, \vec{e_1}, \vec{e_2}\right)$ los puntos A, B, C, D y Ω cuyos afijos son respectivamente:

$a = 2 + i$, $b = 2 - i$, $c = i$, $d = -i$ y $\omega = 1$

0.25 a) Demostrar que $\dfrac{a - \omega}{b - \omega} = i$

0.5 b) Deducir que el triangulo ΩAB es rectángulo e isósceles en Ω

3) Sea z el afijo de un punto M del plano y z' el afijo del punto M' imagen de M por la rotación (giro) R de centro Ω y de ángulo $\dfrac{\pi}{2}$

0.5 a) Demostrar que $z' = iz + 1 - i$

0.5 b) Verificar que $R(A) = C$ y $R(D) = B$

0.5 c) Demostrar que los puntos A, B, C y D pertenecen a la misma circunferencia cuyo centro será determinado

Quinto ejercicio(8 puntos)

Consideramos la función numérica f definida sobre $I\!R$ por : $f(x) = \left(xe^x - 1\right)e^x$ y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (Unidad : $2cm$)

0.75 1) Demostrar que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ e interpretar el resultado geométricamente

0.75 2) a) Demostrar que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ y que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{f(x)}{x}\right) = +\infty$

0.5 b) Deducir que (C) admite una rama parabólica en el entorno de $+\infty$ se pide determinar su dirección

1 3) a) Demostrar que $f'(x) = e^x\left(e^x - 1 + 2xe^x\right)$ para todo x en $I\!R$ y verificar que $f'(0) = 0$

0.5 b) Demostrar que $e^x - 1 \geq 0$ para todo x en $[0, +\infty[$ y $e^x - 1 \leq 0$ para todo x en $]-\infty, 0]$

1.25 c) Demostrar que f crece en $[0, +\infty[$ y decrece en $]-\infty, 0]$ y dar la tabla de variaciones de f sobre $I\!R$

0.75 4) a) Demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ admite una única solución α en $[0, +\infty[$ y que $\dfrac{1}{2} < \alpha < 1$ (Se admite que $\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}} < 1$)

0.75 b)Trazar (C) en el sistema $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (Se admite que (C) posee un único punto de inflexión cuya determinación no está pedida)

0.75 5) Usando una integración por partes, demostrar que : $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x}\,dx = \frac{1}{4}$

1 6) Calcular , en cm^2, el área del recinto plano delimitado por (C) , el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x = 0$ y $x = \dfrac{1}{2}$