

Exercice 1: (3pt) Calculer les limites suivantes en justifiant les résultats obtenus :

$$3 \times 1pt \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 7x^2 - x - 11) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2)(1 - x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{(x^2 - 2)(2x^2 + 1)}$$

Exercice 2: (7,5pt)

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2 + \sqrt{x^2 - x} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

2pt 1. Calculer les limites de la fonction f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$. justifier les résultats.

1pt 2. Montrer que f est continue en 1 .

1pt 3. Montrer que f n'est pas dérivable à droite de 1

1pt 4. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]1; +\infty[$

5. On considère la restriction g de la fonction f sur $] -\infty; 1[$

a) Vérifier que : $\forall x \in] -\infty; 1[; g(x) = \frac{x-3}{x-2}$

0,5pt

b) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera

1pt

c) Donner une expression de $g^{-1}(x)$ en fonction de x

1pt

Exercice 3: (4pt)

Soit f une fonction continue sur les intervalles de son domaine de définition Df , dont le tableau de variation est le suivant :

0,5pt

1) Déterminer Df

1,5pt

2) Déterminer l'intervalle $f(I)$ dans chacun

des cas suivants : a) $I =]-\infty; -3]$

b) $I = [-3; 2[$ c) $I =]2; +\infty[$

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
f	0	-1	$+\infty$	1
	↘		↗	
			$-\infty$	
			↗	

3) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β en précisant les intervalles auxquelles elles appartiennent

1pt

4) En déduire, en fonction de α et β , le tableau de signe de f

Exercice 4: (3,5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$

1pt

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

1,5pt

2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans \mathbb{R} et que $0 < \alpha < 1$

1pt

3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} . justifier votre réponse

Exercice 5: (2pt)

Une entreprise, réalise pour la fabrication et la vente d'une quantité q d'objets, un bénéfice donné par : $B(q) = 2(20 - q)\sqrt{q} + 3$ avec $1 \leq q \leq 20$

1pt

1. Montrer que le bénéfice marginal est : $B'(q) = \frac{14 - 3q}{\sqrt{q} + 3}$

1pt

2. déterminer la quantité d'objets q_0 à produire pour que le bénéfice soit maximal.