

تمرين (1) (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المتعينة بما يلي  $u_0 = 3$  و لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 6$

1 أ- برهن أن لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_n < 9$

ب- بين أن لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}(9 - u_n)$  واستنتج رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$

ج- بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة.

2 نضع لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $v_n = u_n - 9$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$  وحددا حدتها الأول.

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

د- بين أن لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_n = 9 - 6 \times (\frac{1}{3})^n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

هـ- حددا فرعا فرعا لجميع طبيعيات  $n$  بحيث يكون :  $9 - u_n < 10^{-4}$

تمرين (2) (6 ن)

1 أ- بين أن لكل  $x \in \mathbb{R}$  :  $(x-1)(x-2)(2x+1) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$

ب- حد في  $\mathbb{R}$  المعادلتين :

$$2e^{3x} - 5e^{2x} + e^x + 2 = 0$$

$$2(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 + \ln x + 2 = 0$$

3 حد في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $(e^x - 1)(e^x - 2)(2e^x + 1) \geq 0$

تمرين (3) (7,5 ن)

لتكن  $f$  الدالة العددية المتعينة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = -1 + xe^x$  وليكن (c)

منحناها الممثل في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{x}, \vec{f})$ .

1 أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  واستنتج أن المنحنى (c) يقبل بجوار  $+\infty$

فرعا شاميا محدد آ اتجاهه.

2 أ- بين أن لكل  $x \in \mathbb{R}$  :  $f'(x) = (x+1)e^x$

ب- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $[-1, +\infty[$  وتناقصية على  $]-\infty, -1]$  ثم ضع

جدول تمييزاتها على  $\mathbb{R}$ .

3 أ- بين أن  $y = x - 1$  معادلة المماس للمنحنى (c) في النقطة ذات الأضلاع 0.

ب- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0, 1[$

د- أنشئ المنحنى (c).