

تمرين (1): تعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 7,5

ولكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد منظم $(0, \bar{x}, \bar{y})$.

1 أ- بين أن الدالة f معرفة على المجال $I =]-1, +\infty[$ واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 1

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ واعط تأويل هندسياً للنتيجة المحمل عليها. 1

ج- بين أن المستقيم (S) الذي معادلته: $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 1

2 أ- بين أن لكل x من I : $f'(x) = \frac{(x+1)\sqrt{x+1} - 1}{(x+1)\sqrt{x+1}}$ ثم احسب $f'(0)$. 1,25

ب- بين أن لكل x من I : $(x \geq 0 \Rightarrow (x+1)\sqrt{x+1} \geq 1)$ و $(-1 < x \leq 0 \Rightarrow (x+1)\sqrt{x+1} \leq 1)$ 1

استنتج منحنى تغيرات f على كل من المجالين $[0, +\infty[$ و $] -1, 0]$. 0,5

ج- ضع جدول تغيرات f على المجال I . 0,5

3 أ- نشئ المستقيم (S) والمنحنى (C). 1,25

تمرين (2): لنكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x - 2 + 2\sqrt{x}$ 12,5

و (C) منحناها الممثل في معلم متعامد منظم $(0, \bar{x}, \bar{y})$.

1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 0,75

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. 1,25

2 أ- تحقق أن لكل x من \mathbb{R}_+ : $f(x) - x = \frac{2(x-1)}{1+\sqrt{x}}$ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (S) الذي معادلته: $y = x$ محددًا إحدائيتي نقطة تقاطعهما. 1,5

ب- بين أن لكل x من I : $f(x) + 2 = x(1 + \frac{2}{\sqrt{x}})$ واستنتج أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 ثم اعط تأويل هندسياً لهذه النتيجة. 1,5

ج- بين أن الدالة f تزايدية قطعا على \mathbb{R}_+ . 1

3 أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة A التي إحداثياتها 4. 1

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α في المجال $]0,5; 0,6[$. 1

ج- تحقق أن لكل x من \mathbb{R}_+ : $f(x) = (\sqrt{x+1})^2 - 3$ واستنتج أن: $\alpha = 4 - 2\sqrt{3}$. 1

د- أ- نشئ المستقيم (S) والمنحنى (C). 1,5

4 أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. 1

ب- احسب $f^{-1}(6)$ و $(f^{-1})'(6)$. 1