السنة 2 : ع.ا.ق - ت.م.ح مدة الإنجاز: ساعتان	مراقبة مستمرة (2) 03 أبريل 2015	Groupe Scolaire Nisse

تمرين (1): (ن 6)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي $u_0 = 5$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$

1) أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - 3 = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$ — 0,5

ب- برهن أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 3$ — 1

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{2 - u_n}$ — 0,75

د- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة. — 0,75

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية أساسها 1 محدداً حدها الأول v_0. — 1

ب- أكتب v_n بدلالة n. — 0,5

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n = 3 + \frac{1}{v_n}$ واستنتج أن $u_n = \frac{6n+5}{2n+1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. — 1,5

تمرين (2): (ن 6,5)

① احسب التكاملات التالية : $K = \int_0^1 (x-1)^{2014}\,dx$; $J = \int_0^1 x e^{x^2+1}\,dx$; $I = \int_0^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx$ — 3

② نعتبر التكاملين :

$A = \int_0^6 \frac{x^2+2x}{x+3}\,dx$ و $G = \int_0^6 (x+1)\ln(x+3)\,dx$

1) أ- بين أن لكل x من $[0;6]$: $\frac{x^2+2x}{x+3} = x - 1 + \frac{3}{x+3}$ — 0,5

ب- استنتج أن $A = 12 + 3\ln 3$ — 1,5

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $G = 42\ln 3 - \frac{1}{2}A$ ثم استنتج قيمة التكامل G — 1,5

تمرين (3): (ن 7,5)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (x-1)e^x + 2$ و (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$ وأول هندسيا هذه النتيجة — 1

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. — 1

2) أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = xe^x$ ثم لخص في جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$. — 2

ب- أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $f(1) \approx 4,5$) — 1

3) أ- بين أن الدالة $F : x \mapsto (x-2)e^x + 2x$ أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$. — 1

ب- احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x=0$; $x=1$ — 1,5