Groupe scolaire Inisse	مراقبة مستمرة (3) مادة الرياضيات مدة الإنجاز : ساعتان	السنة الثانية من سلك البكالوريا شعبة العلوم الاقتصادية (يناير 2010)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

التمرين الأول : (6 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1) أ - برهن أن : $1 \leq u_n < 3 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$ — 1 ن

ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية واستنتج أنها متقاربة . — 1,5 ن

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 3$

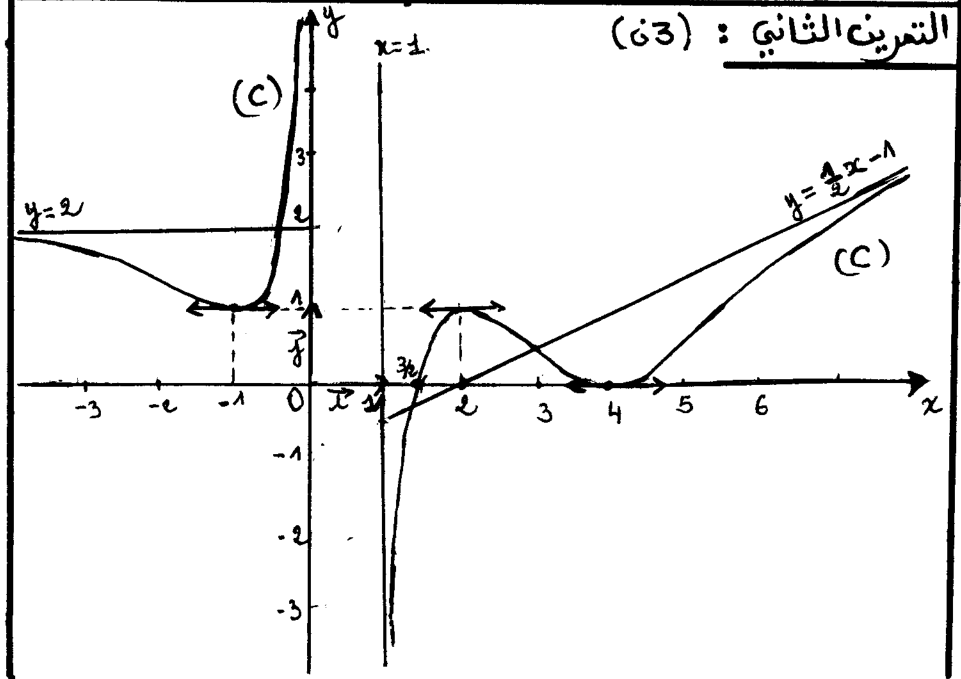
أ - بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$. — 1 ن

ب - أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = 3 - 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\forall n \in \mathbb{N})$ — 1,5 ن

احسب نهاية المتتالية (u_n) (علل جوابك.) — 0,5 ن

ج - حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث : $3 - u_n < 2\times 10^{-6}$ — 0,5 ن

التمرين الثاني : (3 ن)



المنحنى (C) هو تمثيل مبياني (في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$) لدالة عددية f لمتغير حقيقي x.

1) أ - حدد D مجموعة تعريف الدالة f . — 0,5 ن

ب - احسب النهايات التالية : — 1,5 ن

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - \frac{1}{2}x\right)$

2) أ - حل المعادلة : $f(x) = 0$ ثم المتراجحة : $f(x) < 0$ $(x \in D)$ — 0,5 ن

ب - حل المتراجحة : $f'(x) \leq 0$. $(x \in D)$ — 0,5 ن

التمرين الثالث : (11 ن)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي : $g(x) = 2x - \ln x - 1$

1 - أ - تحقق أن $g'(x) = \frac{2x-1}{x} \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$ — 0,5 ن

ب - ضع جدول تغيرات g وتحقق أن : $g\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2$ — 1,5 ن

ج - استنتج أن : $g(x) > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$ — 1 ن

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^+$ ب : $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = x^2 - x\ln(x) ; (x > 0) \end{cases}$

وليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 - أ - بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0 . (علل جوابك) — 0,5 ن

ب - بين أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 . أول مبيانيا هذه النتيجة — 1 ن

2 - أ - تحقق أن : $f(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. — 1 ن

ب - ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. — 1 ن

3 - أ - بين أن : $f'(x) = g(x) \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$. — 1 ن

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f (علل جوابك) . — 1 ن

4 - أ - احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_+^*$ واستنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I يتم تحديد احداثيتها . — 1 ن

ب - أكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الأفصول 1 . — 0,5 ن

5 - ارسم المنحنى $(\mathscr{C})$. — 1 ن