Exercice 1 :

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{8(x-1)}{x+2}+1$

Et la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Représentation graphique et faire un conjecture :
   a. Dresser le tableau de variation de f et montrer que $f([2;6]) \subset [2;6]$
   b. Calculer u_1 et u_2
   c. Tracer la courbe représentative (Cf) de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
   d. Représenter sur le graphique les premiers termes de la suite (u_n) .Quelles conjectures peut-on faire ?
2. Utilisation de la fonction f pour déterminer la limite de (u_n)
   a. Etudier les variations de (u_n)
   b. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$: $2 \le u_n \le 6$
   c. En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite
3. Utilisation d'une suite intermédiaire pour déterminer la limite de (u_n)

   On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 6}{u_n - 1}$

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique en précisant ses éléments caractéristiques
   b. Calculer v_n puis u_n en fonction de n
   c. En déduire alors la limite de (u_n)
4. Utilisation du théorème d'encadrement pour déterminer la limite de (u_n)
   a. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $\dfrac{3}{8}(6-u_n) \le 6 - u_{n+1} \le \dfrac{3}{4}(6-u_n)$
   b. Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $4\left(\dfrac{3}{8}\right)^n \le 6 - u_n \le 4\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$
   c. En déduire la limite de (u_n)

Exercice 2 :

Une usine fabrique des pièce de rechange (au plus , 5000 pièces de rechange)

Le cout marginal est $C_m(k) = \dfrac{1}{4}k^3 - k^2 + 4$ tel que $k \in [0;5]$

Déterminer le cout total $C_T(k)$ pour fabriquer k *mille* pièce sachant que $C_T(0) = 45$

En déduire le cout moyen $C_M(k)$ en fonction de k

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $I =]4;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x^3 - 26x^2 + 64x - 31}{(x-4)^2}$

Trouver trois réels a, b et c tels que $\forall x \in I$: $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{(x-4)^2}$

Déterminer les primitives F de la fonction f sur I

Déterminer la primitive G de la fonction f telle que $G(2) = \dfrac{1}{2}$