

تصريف (1) (3 ن)

حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلتين: $x^2 + 6x - 7 = 0$ (1) 0,5

$e^{2x} + 6e^x - 7 = 0$; $\ln x + 6 \ln x - 7 = 0$ (2) 1,5

حل المتراجحة: $\ln x > 7 - 6 \ln x$ (3) 1

تصريف (2) (3,5 ن)

أ- بين أن لكل $x \in \mathbb{R}^+$: $\frac{x^2 - x}{x+3} = x - 4 + \frac{12}{x+3}$ 0,5

ب- استنتج أن: $\int_0^6 \frac{x^2 - x}{x+3} dx = 12 \ln(3) - 6$ 1

أ- أثبت أن: $\int_0^6 (2x-1) \ln(x+3) dx = 60 \ln(3) - \int_0^6 \frac{x^2 - x}{x+3} dx$ 1,5

ب- استنتج قيمة التكامل: $I = \int_0^6 (2x-1) \ln(x+3) dx$ 0,5

تصريف (3) (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي:

$u_0 = -1$ و لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n + 5}$

أ- تحقق أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+2} = \frac{3(u_n + 2)}{u_n + 5}$ 0,5

ب- برهن أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > -2$ 1

ج- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n + 2)^2}{u_n + 5}$ 1,5

تقراستنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة.

(2) نضج لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = \frac{1}{u_{n+2}}$ 1

أ- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}$ 0,5

ب- اكتب u_n بدلالة n ثم احس $\sum_{n=1}^{100} u_n$ 1

ج- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = -\frac{2n+3}{n+3}$ 1

(3) حدد آخر عدد صحيح طبيعي لطبيعي m بحيث: $\frac{1}{33} < u_n + 2$ 1

تصريف (4) (7 ن)

دعنا نلخص الجدول التالي:

اللون	الحرف الذي تصفه
أخضر	A
أحمر	G

أ- نكتب عشوائياً ثانياً 1,5

ثلاث كرات من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية:

E « الكرات المطبوعة لها نفس اللون »

C « الكرات المطبوعة تحمل الحرف G »

D « من بين الكرات المطبوعة، توجد على الأقل كرة واحدة حمراء »

أ- احس احتمالات الأحداث E و C و D. 1,5

ب- بين أن احتمال الحدث E هو $\frac{1}{24}$ 1

ج- احس احتمال الحدث C علماً أن الحدث A محقق. 0,5

(2) نكتب الآن عشوائياً بالترتيب ويحذف إحلال ثلاث كرات من الصندوق وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحب بعدد الكرات التي تحمل الحرف A.

أ- تحقق أن القيمة التي يأخذها X هي 0 و 1 و 2 و 3. 0,5

ب- نضع $P(X=0) = \frac{21}{40}$ و $P(X=1) = \frac{7}{40}$ احس $P(X=0)$ و $P(X=3)$ 3

ج- نتحقق أن الاحتمال الراسملي لـ X هو 0,9. 0,5