Exercice 1 :

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 2 \quad et \; U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$

1) Montrer par récurrence pout tout n de IN : $\mathbf{U_n > 1}$.
2) a-Montrer de tout n de IN : $\mathbf{U_{n+1} - U_n = -\frac{(U_n-1)^2}{U_n}}$ et en déduire que $\mathbf{U_n}$ est une suite décroissante

   b- En déduire que $(\mathbf{U_n})_{n\in IN}$ est une suite convergente.
3) On suppose que : $V_n = \frac{U_n-2}{U_n-1}$ $\quad \forall n \in IN$

   a. Calculer V_0 et en montre que $V_{n+1} - V_n = -1$
   b. En déduire la nature $(\mathbf{V_n})_{n\in IN}$ Et calculer $\mathbf{V_n}$ en fonction de $\mathbf{n}$.
   c. Montrer que : $u_n = \frac{V_n-2}{V_n-1}$ puis en déduire que : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$
   d. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 2 :

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = -1 + x + xlnx$

1) Calculer les deux limites : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$
2) a- Montrer que $g'(x) = 3 + 2lnx \quad pour\ tout\ x\ de\ ]0,+\infty[$.

   b- Etudier le signe de $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

   c- Calculer $g(1)$ puis en déduire que pour tout x de $]0,1]$: $g(x) \leq 0$ et que pour tout x de $[1,+\infty[$: $g(x) \geq 0$.

Partie II :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = 1 - x + x^2lnx$

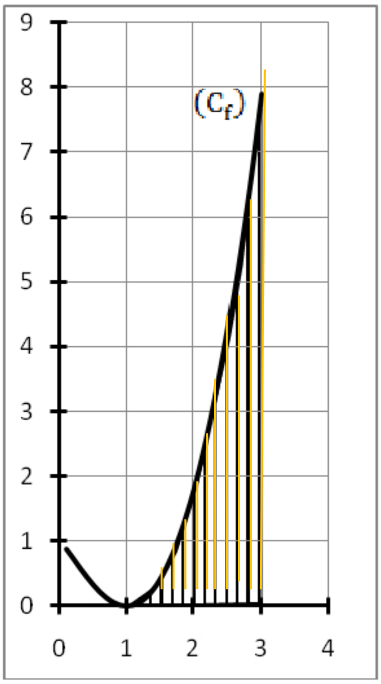
1) a- Calculer la limite : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$.

   b- Calculer les deux limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \; et \; \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

2) a- Vérifier que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

b-Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

3) Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$.



Exercice 2 :

Un bureau d'études est constitué de 21 ingénieurs d'informatiques et de génie civil et sont distribués selon le tableau ci-dessous :

	homme	femme
Informatique	5	3
Génie civil	8	4

On a choisit par hasard et simultanément trois personnes de ce bureau pour participer à une formation professionnelle

1) a) A «tous les personnes choisis sont des femmes».
Montrer que $P(A) = \dfrac{7}{228}$

b) Sachant que tous les personnes choisis sont des femmes calculer la probabilité qu'elles soient de même spécialité

2) soit $\boldsymbol{X}$ la variable aléatoire qui correspond au nombre de spécialités des personnes choisis

a) montrer que $p(X = 1) = \dfrac{69}{285}$ et déduire la loi de probabilité de $\boldsymbol{X}$.

b) calculer $E(\boldsymbol{X})$ espérance mathématique de la variable de $\boldsymbol{X}$.