Exercice 1 : 2points

1) Vérifier que pour tout x de $IR-\{-2\}$: $x^2-2x+7-\dfrac{10}{x+2}=\dfrac{x^3+3x+4}{x+2}$
2) En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3+3x+4}{x+2}\,dx$

Exercice 2 : 4.5points

Soit la suite Un définie par : $\mathbf{U_0=0}$ **et** $\mathbf{U_{n+1}=\frac{1}{4}U_n+\frac{3}{4}}$

1) Calculer U_1 et U_2.
2) a- Montrer par récurrence pout tout n de IN : $U_n<1\ et\ U_n\geq 0$.

   b- Montrer que $(U_n)_{n\in IN}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente.
3) On suppose que : $V_n=U_n-1 \qquad \forall n\in IN$

   a- Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $q=\frac{1}{4}$ et son premier terme V_0.

   b- Calculer v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n. $(\forall n\in IN)$

   c- Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 3 : 9.5points

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par : $\boldsymbol{f(x)=-1+\frac{1}{x}-2lnx}$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

.

1) Calculer la limite : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu
2) Calculer les deux limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\ et\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
3) Montrer que $f'(x)=-(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x})$ et donner le tableau de variation de f.
4) a- Montrer que $f''(x)=2(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2})$ pour tout $x\ de\ IR$ et déduire la concavité de (C_f).

b- Compléter le tableau :

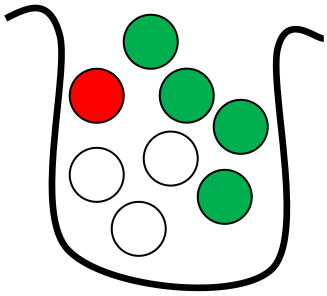
x	0,5	1	e
$f(x)$			

c- Montrer que $y = -3x + 3$ est l'équation de la tangente à (C_f) au point $A(1,0)$.

5) Tracer (C_f).

Exercice 3 : 4points

Une urne contient sept boules indiscernables au toucher, quatre boules rouges, trois boules vertes. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.



Soit X la variable aléatoire qui est égale le nombre de couleur des boules tirées.

1) vérifier que les valeurs prises par X sont 1 , 2 et 3.
2) montrer que $P(X = 1) = \frac{5}{56}$.
3) Calculer $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$.
4) calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.