

### Exercice 1 :4,5points

Soit la suite  $U_n$  définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .
- 2) a- Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $U_{n+1} - 2 = \frac{u_n - 2}{3 - u_n}$   
 b- montrer par Récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $U_n < 2$ .
- 3) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $U_{n+1} - U_n = \frac{(u_n - 2)^2}{3 - u_n}$   
 d- En déduire que  $U_n$  est une suite croissante et qu'elle est

convergente.

- 4) On suppose que :  $V_n = \frac{1}{2 - u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ 
  - a. Calculer  $V_{n+1} - V_n$  et en déduire que  $V_n$  une suite arithmétique de raison  $r = 1$ .
  - b. Calculer  $V_0$  puis déterminer  $V_n$  en fonction de  $n$
  - c. Montrer que  $U_n = 2 - \frac{1}{V_n}$  puis En déduire que  $U_n = \frac{2n+1}{n+1}$   
 pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
  - d. Calculer la limite de  $u_n$  en  $+\infty$ .

### Exercice 2 :11points

#### Partie I :

On considère la fonction numérique de la variable  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = e^x - x$

- 1) Calculer  $g'(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  puis étudier son signe.
- 2) Calculer  $g(0)$  et dresser le tableau de variation de  $g$ .
- 3) En déduire que  $g(x) > 0 \quad \forall x$  de  $\mathbb{R}$ .

#### Partiel I :

On considère la fonction numérique de la variable  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^{2x} - x^2$

- 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique .
- 2) a- Vérifier que  $f(x) = 2x^2 \left( \frac{e^{2x}}{x^2} - \frac{1}{2} \right)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ .
- 3) a-b- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique .

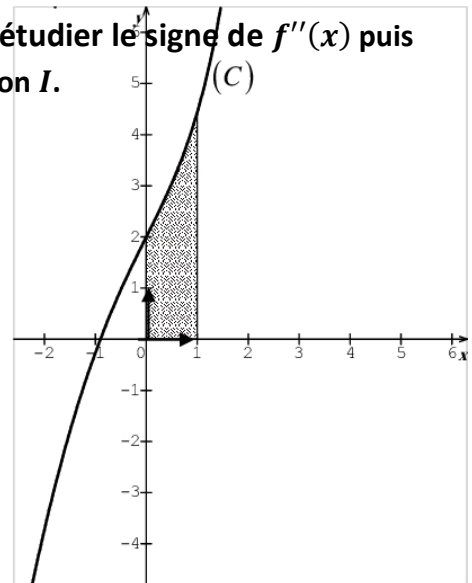
4) Montrer que  $f'(x) = 2 \cdot g(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ .

b-En déduire le signe de  $f'(x)$  puis dresser le tableau de variation de  $f$ .

5) Vérifier que  $f''(x) = 2(e^x - 1)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  et étudier le signe de  $f''(x)$  puis en déduire que  $C_f$  admet un point d'inflexion  $I$ .

6) Dans la figure  $(C_f)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Calculer l'aire de la partie hachurée



**Exercice 3 : 4,5 points**

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 3 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules du sac

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 56

2) On considère les événements suivants :

A: « parmi les boules tirées, il n'existe aucune boule verte »

B « une boule est verte et les deux autres tirées sont blanches »

C : « une boule est verte et les deux autres tirées sont rouges »

D « les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux »

a- Montrer que :  $p(A) = \frac{5}{28}$

b- Calculer la probabilité des événements suivants : B ,C et D.

3) Soit  $X$  la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules vertes tirées.

remplir le tableau ci-dessous :

$x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$		