

يسمع باستخدام آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة

يتكون الموضوع من ثلاث تمارين:

- \* يتعلق التمرين الأول بحل معادلات.
- \* يتعلق التمرين الثاني بدراسة متتالية عددية.
- \* يتعلق التمرين الثالث بدراسة وتمثيل دالة باستخدام دالة مساعدة.

تمرين (1): (4 ن)

1- أ. بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x+2)(x-1)(x-3)$  0,5

ب. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$  0,75

2- أ. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $\ln^3 x - 2\ln^2 x - 5\ln x + 6 = 0$  1,5

ب. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $e^{2x}(e^x - 2) = 5e^x - 6$  1,25

تمرين (2): (5,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 3$  وكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$

1- أ. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n > 2$  0,5

ب. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 2)^2}{u_n + 1}$ ، استنتج رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$ . 0,75

ج. بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة. 0,5

2) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{3}$ . ما هي طبيعة المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$ ? 1,25

ب. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = \frac{n+3}{3}$ ، استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ . 0,75

ج. تحقق أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n = 2 + \frac{1}{v_n}$ ، واستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ . 0,5

د. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n = \frac{2n+9}{n+3}$ . 0,75

3) احسب نهاية المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بما يلي:  $w_n = e^{-v_n} + \ln(u_n)$  0,5

تمرين (3) (10,5 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  بما يلي :  $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

أ - بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  :  $g'(x) = \frac{2x-1}{x}$  0,5

ب - استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية على  $[\frac{1}{2}; +\infty[$  وتناقصية على  $]0; \frac{1}{2}[$  1

ج - تحقق أن :  $g(\frac{1}{2}) = \ln 2$  واستنتج أن :  $g(x) > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$  1

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2 - x \ln x ; x > 0 \\ f(0) = -2 \end{cases}$$

وليكّن (C) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  .

أ - بين أن الدالة  $f$  متحولة على اليمين في الصفر . 0,5

ب - بين أن الدالة  $f$  غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 ثم أول همدسيا لهذه النتيجة . 1

أ - تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  :  $f(x) = x^2(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x})$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  0,75

ب - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب بجوار  $+\infty$  . 0,75

أ - بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  :  $f'(x) = g(x)$  واستنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعا على  $\mathbb{R}_+^*$  1

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 . 0,5

أ - ادرس تقعر المنحنى (C) محددآ أفصول نقطة انعطافه . 0,5

ب - بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفايل في نقطة وحيدة أفصولها  $1,7 \leq x \leq 1,8$  . 0,5

ج - أنشئ المستقيم (T) والمنحنى (C) مبرزا نصف المماس للمنحنى (C) في النقطة  $A(0, -2)$  . 1,5

د - بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده واحسب  $f^{-1}(-1)$  . 1