

2 س	المدّة:	امتحان تجريبي ماي 2012		مادة: الرياضيات	
1	الصفحة	العلوم الاقتصادية وتدبير محاسباتي	الشعبة:	4	المعامل:
3					

الموضوع

يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة

التمرين الأول: (4 ن) (أمتلة 1 و 2 و 3 مستقلة فيما بينها)

- (1) 0.25 أ- أنشر و بسط : $(X+1)(X-2)$
- 0.5 ب- استنج في \mathbb{R} حلول المعادلة : $e^{2x} - e^x - 2 = 0$
- 0.75 ج- استنج في $]0; +\infty[$ حلول المتراجحة : $(\ln x)^2 - \ln x - 2 > 0$
- (2) 0.5 أ- بين أن لكل x من \mathbb{R} : $\frac{2x^3 - x^2 - 1}{x^2 + 1} = 2x - 1 - \frac{2x}{x^2 + 1}$
- 1 ب- استنتج قيمة التكامل : $\int_0^1 \frac{2x^3 - x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$
- 1 (3) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل : $\int_0^{\frac{3}{2}} (2x-3)e^x dx$

التمرين الثاني: (4 ن)

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي:

- (1) 0.75 أ- بين أن : $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} .
- 1 ب- أثبت أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(2+u_n)}{u_n+3}$ واستنتج رتبة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 0.25 ج- بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.
- (2) نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.
- 0.75 أ- بين أن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ محددًا حدًا الأول.
- 0.25 ب- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{2v_n + 1}{1 - v_n}$.
- 1 ج- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$ ثم أحسب $\lim u_n$.

2 س	المدّة:	امتحان تجريبي ماي 2012		مادة: الرياضيات	
2 3	الصفحة	شعبة العلوم الاقتصادية وتدبير محاسباتي	الشعبة:	4	المعامل:

الموضوع

التمرين الثالث: (4 ن)

يحتوي صندوق على 8 كرات: كرتان سوداويان والكرات المتبقية بيضاء.
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).

(1) نسحب عشوائيا وتانيا ثلاث كرات من هذا الصندوق وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات السوداء المسحوبة .

أ- حدد القيم التي يمكن أن يأخذها X . 0.5

ب- حدد قانون احتمال X وأحسب أمله الرياضي. 1.5

(2) نسحب الآن كرة واحدة من الصندوق . اذا كانت بيضاء لا نعيدها الى الصندوق واذا كانت سوداء نعيدها الى الصندوق ثم ثم نسحب كرة ثانية . (يمكن وضع شجرة الاختبارات).

أ- علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى بيضاء ما هو احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الثانية بيضاء ؟. 0.5

ب- علما أن الكرة الأولى سوداء ما هو احتمال أن تكون الكرة الثانية بيضاء . 0.5

ج- استنتج احتمال سحب كرة بيضاء ؟. 0.5

د- علما أن الكرة الثانية بيضاء ما هو احتمال أن تكون الكرة الأولى بيضاء ؟. 0.5

التمرين الرابع: (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي: $g(x) = e^x + 2x - e^{-x}$.

(1) تحقق أن: $g'(x) = e^x + e^{-x} + 2$ لكل x من $[0; +\infty[$ ثم استنتج أن g تزايدية على $[0; +\infty[$. 0.75

(2) بين أن: $g(x) \geq 0$ لكل x من $[0; +\infty[$. 0.75



2 س	المدّة:	امتحان تجريبي ماي 2012		مادة: الرياضيات	
3	الصفحة	شعبة العلوم الاقتصادية وتدبير محاسباتي	الشعبة:	4	المعامل:

الموضوع

$$f(x) = x - \frac{2x}{e^x + 1}$$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال \mathbb{R} بما يلي:

وليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) 0.5 أ- بين أن لكل x من \mathbb{R} : $\frac{2x}{e^{-x} + 1} = 2x - \frac{2x}{e^x + 1}$

ب- استنتج أن الدالة f زوجية . ماذا يمكن أن نستنتج حول المنحنى (C) ؟ 1.5

(2) 0.5 أ- بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- تحقق أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f(x) - x = \frac{-2}{\frac{e^x}{x} + \frac{1}{x}}$ 0.5

ج- استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ 0.5

د- بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $]0; +\infty[$ 0.5

(3) 1 أ- بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): f'(x) = \frac{g(x)e^x}{(e^x + 1)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات f على \mathbb{R} 0.5

ج- أنشئ المنحنى (C) 1