

## الدالة الأسية

### 1-تعريف

• الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري تسمى الدالة الأسية النبيرية

أو الدالة الأسية ونرمز لها بالرمز  $\exp$  أو  $e$ .

$$\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in ]0; +\infty[$$

$$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$$

### 2-خصائص

$$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2; e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$

$$e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^x - e^y$$

$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$

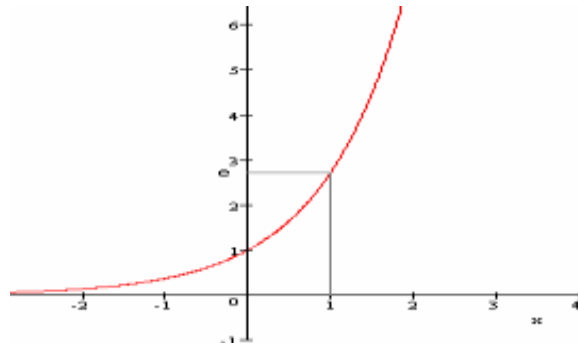
$$(e^x)^r = e^{xr}$$

$$\ln e^f = f; e^0 = 1; e^1 = e; e^{\ln f} = f$$

### 3- التمثيل المبياني للدالة الاسية

في معلم متعامد منظم منحني الدالة  $\ln$  و منحني الدالة  $e$  متماثلان بالنسبة

للمنصف الأول



#### 4. المشتقة

بما أن دالة  $\ln$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  و مشتقتها لا تنعدم على  $]0; +\infty[$  فإن الدالة الأسية قابلة

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = \frac{1}{\ln'(e^x)} = \frac{1}{\frac{1}{e^x}} = e^x \quad \text{و} \quad \mathbb{R} \text{ قابلة للاشتقاق على}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x \quad \text{و} \quad \mathbb{R} \text{ الدالة } x \rightarrow e^x \text{ قابلة للاشتقاق على}$$

إذا كانت  $u$  قابلة للاشتقاق على مجال  $I$  فإن الدالة  $x \rightarrow e^{u(x)}$  قابلة للاشتقاق على  $I$

$$\forall x \in I \quad [e^{u(x)}]' = u'(x) e^{u(x)}$$

#### 5. النهايات

دالة  $e^x$  : دالة متصلة وتزايدية على  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

#### 5. الدالة الأسية للأساس $a$

• لكل  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$  الدالة  $e^{x \ln a}$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  تسمى الدالة الأسية للأساس  $a$

وترمز لها ب:  $\exp_a$

• ولكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ←  $a^x = e^{x \ln a}$  و  $a^0 = 1$  و  $a^1 = a$

• جميع خصائص الدالة الأسية النبيرية تبقى صالحة للدالة الأسية ذات الأساس

#### 6. دراسة الدالة $x \rightarrow a^x$

ليكن  $a \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\}$

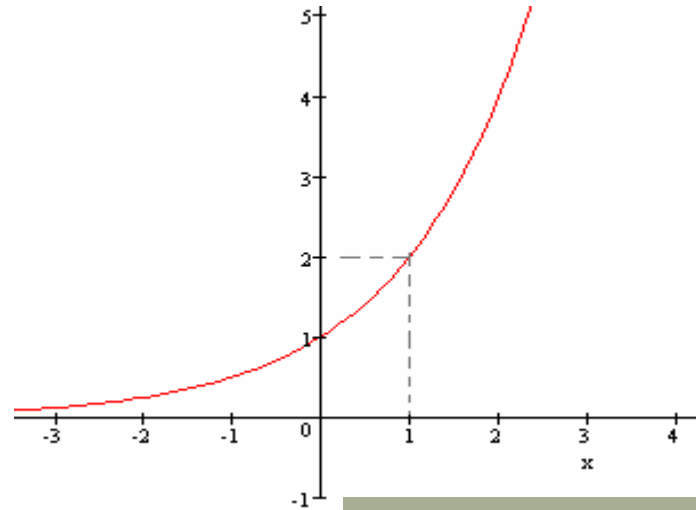
$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (a^x)' = a^x \ln a \quad \text{و} \quad \mathbb{R} \text{ الدالة } x \rightarrow a^x \text{ قابلة للاشتقاق على}$$

## الحالة الأولى

إذا كان  $a > 1$  فإن  $\ln a > 0$  ومنه الدالة  $x \rightarrow a^x$  تزايدية قطعاً على  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$$



## الحالة الثانية

إذا كان  $0 < a < 1$  فإن  $\ln a < 0$

ومنه الدالة  $x \rightarrow a^x$  تناقصية قطعاً على  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$$

