

# الدوال الأسية

## التمرين الأول:

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات والمترجمات التالية:

(1)  $e^{x^2-x} = 1$  . (2)  $e^{x-1} < 1$  . (3)  $e^{2x} - e^x - 2 = 0$  . (4)  $e^{2x} - 6e^x + 5 \geq 0$  .

## التمرين الثاني:

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$f(x) = e^{2x} - 2e^x + 2$

وليكن  $(C)$  منحنىها في م.م.م  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

1. أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C)$

2. أ - تحقق انه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فان :  $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$

ب - أعط جدول تغيرات الدالة  $f$

3. أ - حدد احداثي نقطة تقاطع المنحنى  $(C)$  والمستقيم ذو المعادلة  $y = 2$

ب - حدد نقطة انعطاف المنحنى  $(C)$  .

4. أنشئ المنحنى  $(C)$  .

## التمرين الثالث:

لتكن  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$f(x) = (3x+2)(1+e^{-3x})$

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ - بين انه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$f'(x) = 3e^{-3x}g(x)$  و  $g(x) = e^{3x} - 3x - 1$

(تابع)

ب- أعط جدول تغيرات الدالة  $g$  (حساب النهايتين غير مطلوب). ثم استنتج ان

$$g(x) \geq 0 \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}.$$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في م.م.م  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  وليكن  $(D)$  المستقيم ذا

$$\text{المعادلة } y = 3x + 2.$$

أ - بين أن المستقيم  $(D)$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$ .

ب - ادرس الوضع النسبي ل  $(D)$  والمنحنى  $(C)$ .

ج - ادرس الفرع اللانهائي ل  $(C)$  بجوار  $-\infty$ .

د - بين أن النقطة  $I$  ذات الافصول  $0$  نقطة انعطاف للمنحنى.

4. ارسم المنحنى  $(C)$ .

### التمرين الرابع :

A - نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$ .

ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

1. استنتج أن :  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

B - نعتبر الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :

$$f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1) \quad \text{و} \quad (C_f) \text{ منحنىها في معلم متعامد ممنظم } (o, \vec{i}, \vec{j}).$$

1. حدد مجموعة التعريف  $D_f$ .

2. احسب النهايات عند المحدات.

3. حدد الفروع اللانهائية.

4. أ- احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $D_f$ . وتحقق أن  $f'(x) = e^{-2x} g(x)$ .

ب- ادرس تغيرات الدالة  $f$ . 5. احسب  $f(-1)$  ثم أنشئ  $(C_f)$ .

### التمرين الخامس :

$$f(x) = 3x^2 e^x \quad .x \leq 0$$

$$f(x) = \ln(x) - x \quad .x > 0$$

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم .

1. أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وبين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  وان  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .

(تابع)

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  وأول هذه النتيجة هندسيا

2. احسب  $f'(x)$  من اجل  $x$  في  $\mathbb{R}^*$ .
3. أعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .
4. أ- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C)$ .
- ب- بين أن  $(C)$  يقبل نقطتي انعطاف (غير مطلوب تحديد ارتوبهما).
5. ارسم المنحنى  $(C)$  (تأخذ  $e^2 = \frac{15}{2}$ ).

### التمرين السادس:

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = xe^{\frac{1}{x}} & .x < 0 \\ f(x) = x^2(1 - \ln(x)) & .x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

وليكن  $(C)$  منحنىها في  $\mathbb{R}^2$  و  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
2. ادرس اتصال وقابلية اشتقاق  $f$  في النقطة  $x_0 = 0$ .
3. حدد الدالة المشتقة. ثم كون جدول التغيرات.
4. بين أن المنحنى يقبل نقطتي انعطاف يجب تحديد احداثياتيهما.
5. أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x - 1) = 0$  (يمكنك وضع  $t = \frac{1}{x}$ ).
- ب- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى  $(C)$ .
- 6 - ارسم المنحنى  $(C)$ .

II- التمرين السابع: I- لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^{**}$  بما يلي :  $g(x) = e^x + \ln(x) - e$

1. احسب  $g(1)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .
  2. ادرس تغيرات الدالة  $g$  واستنتج أن :  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من المجال  $[1, +\infty[$ .
- لتكن الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :
- $$\begin{cases} f(x) = e^x + x \ln(x) - (1+e)x - 1 & .x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- 1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 2) بين أن  $f$  متصل في 0 على اليمين وادرس قابلية اشتقاقها في 0 على اليمين.
- 3) ادرس تغيرات الدالة  $f$ . ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في  $\mathbb{R}^2$  و  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- أ - ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$
- ب - أنشئ منحنى الدالة  $f$  (نقبل أن  $(C)$  يقطع المحور  $(ox)$  في نقطة ينتمي أفضولها إلى

$$\text{المجال} \left[ \frac{7}{4}, 2 \right].$$