الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الدوال اللوغاريتمية

التمرين الأول:

1. **علما أن** $\ln(2)=0.7$ **و** $\ln(3)=1.3$ **حدد قيمة مقربة لكل من:**

$$X=\ln(36)+\ln(\sqrt{54})-\ln\left(\frac{81}{64}\right).\qquad Y=\ln(8)+\ln\left(\sqrt[3]{e}\right)-\ln(16).$$

$$Z=\ln\left(\sqrt{3}\right)-\ln(9)+\ln(6).$$

2. **بسط ما يلي:**

$$A=\ln\left(\sqrt{3}+1\right)^{2010}+\ln\left(\sqrt{3}-1\right)^{2010}\qquad B=\ln\left(\sqrt{e}\right)-3\ln\left(e^2\right)+\ln(2e)+\ln\left(\frac{1}{e}\right).$$

$$C=\ln\left(\sqrt[3]{e}\right)+2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e}}\right)-\ln\left(\frac{e}{2}\right).$$

التمرين الثاني:

- **حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:**

$$f_1(x)=(\ln(x)-2)\sqrt{x}\quad ;\quad f_2(x)=\ln(x-1)^2\quad ;\quad f_3(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\quad ;\quad f_4(x)=\ln(1-|x|)$$

$$f_5(x)=\ln(-2x)\quad ;\quad f_6(x)=\ln\left(\frac{(x+1)^2}{x^2+1}\right)\quad ;\quad f_7(x)=\sqrt{\frac{x}{\ln(x)-1}}\quad ;\quad f_8(x)=\sqrt{\ln\left(\sqrt{\ln(x)}\right)}$$

$$f_9(x)=\frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+7)}$$

التمرين الثالث:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمتراجحات آلاتية:

$\ln^2|x|-2\ln|x|=0$. $\ln\left(\sqrt{1-x}\right)=\frac{1}{2}\ln(3)$. $\ln(x)=-2$ $\ln(x)=3$.

$\ln x^2=4$. $\ln(x+1)+1=\ln\left(x^2+2x-3\right)$. $\ln|x+4|+\ln|x-2|=\ln(7)$

$\ln(2x-3)+\ln(x-4)2\ln(2)+\ln(3)$. $(\ln(x))^4-10(\ln(x))^2+9=0$

$$\ln|\sin(x)|+\ln|tg(x)|-\ln|\cos(x)|$$

$$\ln\left(\frac{x+7}{x+1}\right)=\ln(x+3)$$

$$\sqrt{\frac{\ln(x)}{\ln(x)-1}}\succ 1$$

التمرين الرابع:

- **حـــل في $\mathbb{R}^2$ النظمات التالية:**

$\begin{cases}2\ln(x)+3\ln(y)=-2\\3\ln(x)+5\ln(y)=-4\end{cases}$ و $\begin{cases}2\ln(x)+\ln(y)=\ln\left(\frac{x}{y}\right)\\\ln(x)+2\ln(y)=0\end{cases}$

$\begin{cases}\ln(x-y)=0\\x+y=3\end{cases}$ و $\begin{cases}\ln x^3-\ln y^2=-4\\\ln x+\ln y^4=1\end{cases}$

التمرين الخامس:

- **حدد النهايات التالية:**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)+\frac{3}{x}$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+3)}{x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\frac{1}{x}+1\right)$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2+4x\right)}{x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\ln(x)+1\right)^2$. $\lim\limits_{x\to0^-}-2x+\left(1+\ln(x)\right)^2$

$\lim\limits_{x\to+\infty}x+\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)+\ln(2)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}\left(\ln(x)\right)^3+(x-1)\ln(x)$

التمرين السادس:

- f دالة معرفة بمايـــــلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - \dfrac{2x}{\ln(x)} & .x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. حدد حيز تعريف الدالة f .
2. ا- بين أن f متصلة في الصفر .

ب – ادرس قابلية اشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة .

3. ا- احسب النهايات عند المحدات .

ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .

4 .ادرس تغيرات الدالة f .

5 . ا- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C_f).

ب- أنشئ مماس المنحنى (C_f) في هده النقطة

6 .ارسم المنحنى $(e^2 = 7,4)$.

التمرين السابع:

I - h دالة عددية بحيث:

$$h(x) = 2 - \ln(x) + x$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$.

2) احسب مشتقة الدالة $h(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}^*_+$

3) أعط جدول تغيرات الدالة h.

4) تحقق أن : $h(x) \geq 3$. $\forall x \in \mathbb{R}^{*+}$

II. f دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}.$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2) ا- احسب $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

ب- حدد الفروع اللانهائية للمنحنى .

3) ا- تحقق أن $f'(x) = \dfrac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$. $\forall x \in D_f$.

ب – ضع جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثامن:

g دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي: $g(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x)}$ $.x\succ 0$

و $g(0)=0$

1) حدد مجموعة التعريف

2) تحقق أن g متصلة على اليمين في الصفر.

3) احسب نهايات g عند محدات g.

4) ادرس قابلية اشتقاق g على يمين 0 .

5) أ- بين انه لكل x من $]0,1[\cup]1,+\infty[$ لدينا : $g'(x)=\dfrac{x\left(-1+2\ln(x)\right)}{\left(\ln(x)\right)^2}$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة g.

6) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في م.م.م $\left(o,\vec{i}\,\vec{j}\right)$.

التمرين التاسع:

f دالة بحيث: $f(x)=2x-\ln\left[\dfrac{(x+1)^2}{x^2+1}\right]$.

1) أ- بين أن $D_f=]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$. ب- احسب النهايات عند المحدات .

2) أ- بين انه : $f(x)=2x+\ln\left(x^2+1\right)-2\ln|x+1|$ $\forall x\in D_f$

ب- تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{2x\left(x^2+x+2\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}$

ج- أعط جدول التغيرات .

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)-2x=0$: واستنتج تقاطع (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

4) أنشئ المنحنى محددا النقط ذات الافاصيل 2- و1و2

(نأخذ $\ln 5=1,6$ و $\ln 2=0,7$ و $\ln 3=1,1$) .

التمرين العاشر:

f دالة معرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=\dfrac{x+\ln|x-1|}{x-1}$.

1) حدد D_f . 2. بين أن $I(1,1)$ مركز تماثل المنحنى (C) تم نضع $D_E=]1,+\infty[$.

3) - ا- احسب $f'(x)$ على D_E واستنتج أن f تزايدية على $]1,2]$ وتناقصية على $[2,+\infty[$.

ب- حدد جدول تغيرات الدالة f . 4. ا- حدد احداثيي نقطة انعطاف على D_E .

ب- حدد احداتيي نقطة تقاطع (C) والمستقيم $y=1$ على مجال الدراسة D_E .

ج- أنشئ (C) على D_E ومماسه في $x_0=1+\sqrt{e}$ نأخذ $\dfrac{1}{e}=0,3$. $\sqrt{e}=1,6$.