

# اتصال دالة عددية

التمرين 1:

• احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 - 2x^2 - 3}{x^3 - 1} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2x^2} ; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 2x - 3} ; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 2x - 3}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{x} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2 - x} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4} - 2x$$
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 3}} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} + x$$

التمرين 2:

• ادرس اتصال الدالتين  $f$  و  $g$  عند 0

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{|x|}{x} & .x \neq 0 \\ 1 & .x = 0 \end{cases} ; f(x) = \begin{cases} |x-2| + 1 & .x > 0 \\ 2 + \cos(x) & .x < 0 \end{cases}$$

التمرين 3:

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 & .x < 1 \\ f(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 - 1} & .x \geq 1 \end{cases}$$

1 - نعتبر الدالة  $f$  بحيث:

✓ ادرس اتصال الدالة  $f$  عند النقطة 1.

$$g(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-1}}$$

2 - دالة معرفة بما يلي:

✓ ادرس اتصال الدالة  $g$  على  $D_g$ .

#### التمرين 4:

(1) بين أن المعادلة تقبل حلا على الأقل في المجال  $I$

$$I = [0.1] \quad x^4 + x^2 + 4x - 1 = 0 \quad \bullet$$

(2) بين أن المعادلة  $x^3 + 5x + 2 = 0$  تقبل حلا وحيدا في  $\mathbb{R}$

#### التمرين 5:

• دالة عددية ذات المتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x+1}{2x-5}$$

(1) بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية من  $D_f$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده

(2) حدد الدالة العكسية  $f^{-1}$  لكل  $x$  من  $J$ .

#### التمرين 6:

$$g : \begin{cases} [1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x + 4 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} \end{cases} \quad \bullet \text{ دالة بحيث}$$

1. بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية من  $[1, +\infty[$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده .

2. احسب  $g^{-1}(4)$  . (دون تحديد الدالة العكسية).

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x} + 2x}{1 + 3x} \text{ دالة عددية بحيث:}$$

1. حدد حيز تعريف الدالة  $f$ .
  2. بين أن  $f$  متصلة على حيز تعريفها.
  3. لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $[0.1]$
- أ - تحقق أن  $g$  تقبل دالة عكسية من  $[0.1]$  نحو مجال  $J$  محددًا محادثه

ب - بين أن  $g^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{9}$ .

ج - تحقق أن  $\forall x \in [0.1] - \left\{\frac{2}{3}\right\}. \quad g^{-1}(x) = \left(\frac{1 - \sqrt{-3x^2 + 2x + 1}}{2 - 3x}\right)^2$

• بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية من  $I$  نحو  $J$  يجب تحديده . ثم

عرف  $f^{-1}$  في كل حالة من الحالات التالية:

1.  $I = \mathbb{R}. \quad f(x) = 2x - 5$
2.  $I = ]-\infty.2] \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$
3.  $I = ]1.+\infty[. \quad f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$
4.  $I = \left] \frac{1}{2}.+\infty \right[. \quad f(x) = x^2 - x$
5.  $I = [1.+\infty[. \quad f(x) = 2x - x^2$
6.  $I = [1.+\infty[. \quad f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$
7.  $I = [3.+\infty[. \quad f(x) = x - 2\sqrt{x-1} - 5$
8.  $I = ]0.1]. \quad f(x) = x + \frac{1}{x}$
9.  $I = [0.3[. \quad f(x) = \frac{3 + \sqrt{x}}{3 - x}$