Plan d'étude d'une fonction

I. Ensemble de définition : Conditions

les dénominateurs doivent être non nuls
les expressions sous un radical doivent être positives
les expressions dont on prend le logarithme doivent être strictement positives

II. Éléments de symétrie : réduction de l'ensemble d'étude

f est paire si et seulement si pour tout x de Df , $f(-x)=f(x)$.

f est impaire si et seulement si pour tout x de Df , $f(-x)=-f(x)$.

(Cf) admet la droite d'équation $x=a$ comme axe de symétrie si et seulement si quel que soit x tel que $2a-x$ appartiennent à Df , $f(2a-x)=f(x)$

(Cf) admet le point $\Omega(a;b)$ comme centre de symétrie si et seulement si quel que soit x tel que $2a-x$ appartiennent à Df , $f(2a-x)+f(x)=2b$

III. Limites aux bornes : asymptotes parallèles aux axes

la droite d'équation $x=a$ est asymptote à (Cf) si et seulement si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$

la droite d'équation $y=b$ est asymptote à (Cf) en $\pm\infty$ si et seulement si $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$

IV. Dérivabilité : Ensemble de dérivabilité, calcul de la dérivée, étude de son signe

pour les « fonctions usuelles » : $Df'=Df$, sauf les expressions sous un radical doivent être strictement positives

V. Tableau de variations complet

Extrema ; Limites aux bornes

VI. Branches infinies

- (Cf) admet une branche parabolique de direction (Oy) en $\pm\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=\pm\infty$
- (Cf) admet une branche parabolique de direction (Ox) en $\pm\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=0$
- (Cf) admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $y=ax$ en $\pm\infty$

  $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=a$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-ax\right]=\pm\infty$
- la droite d'équation $y=ax+b$ est asymptote à (Cf) en $\pm\infty$

  si et seulement si $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$

VII. Convexité et points d'inflexions

Calcul de la dérivée seconde, étude de son signe, en déduire la convexité et les points d'inflexion, puis déterminer les tangentes en ces points.
Dresser un tableau de convexité

VIII. Intersections avec les axes

(Cf) Coupe (Oy) en $M(0;y) \Leftrightarrow y=f(0)$ (une solution si et seulement si $0\in Df$).

(Cf) Coupe (Ox) en $M(x;0) \Leftrightarrow f(x)=0$ (plusieurs solutions possibles).

IX. Tableau de valeurs et représentation graphique

Tracer d'abord les asymptotes, puis les tangentes, et enfin (Cf) .