

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
<ul style="list-style-type: none"> - يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسبها في الدراسة الموضوعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي تحديد بعض المطاريق؛ - من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة وحل بعض المعادلات والمترجمات مبيانيًا؛ - دراسة إشارة $f'(x)$ لا ينبغي أن تطرح أية صعوبة للتلاميذ. 	<ul style="list-style-type: none"> - التمكن من مشتقات الدوال الاعتيادية؛ - تحديد رتبة دالة انطلاقًا من إشارة مشتقتها؛ - تحديد إشارة دالة انطلاقًا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ - الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f(x) = \lambda$ و $f(x) \leq \lambda$ من الشكل $f(x) \leq \lambda$ حيث f دالة اعتيادية. 	<ul style="list-style-type: none"> - مراجعة ما سبقت دراسته في السنة الأولى: - استعمال الدالة المشتقة لدراسة دالة عددية في حالة الدوال الحدودية من الدرجة الثانية والثالثة والدوال المتخاطة؛ - دراسة الدالة $x \rightarrow \sqrt{ax+b}$.

1. اشتقاق دالة في نقطة:

تعريف: نقول ان دالة f قابلة للاشتقاق في النقطة x_0 إذا وجد

$$\text{عدد حقيقي } \ell \text{ بحيث } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \ell \text{ والعدد } \ell \text{ يسمى العدد المشتق للدالة } f \text{ في النقطة } x_0. \text{ و نكتب } \ell = f'(x_0)$$

ملاحظة: إذا كانت f قابلة للاشتقاق في x_0 فان معادلة مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها x_0 هي:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x) = 2x^2$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 1$.

2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0 = 1$.

$$\begin{aligned} \text{الجواب (1): } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x+1)}{x-1} \end{aligned}$$

$$\text{اذن : الدالة } f \text{ قابلة للاشتقاق عند } x_0 = 1. \quad = \lim_{x \rightarrow 1} 2(x+1) = 2(1+1) = 4 = f'(1) \in \mathbb{R}$$

$$(2) \quad y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad f'(1) = 4 \quad f(1) = 2 \quad \text{اذن :}$$

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = 4(x-1) + 2 = 4x - 4 + 2 = 4x - 2 \text{ وهي معادلة المماس}$$

تمرين 1: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x) = 3x^2$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 2$.

2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0 = 2$.

$$\begin{aligned} \text{الجواب (1): } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{x-2} \end{aligned}$$

$$\text{اذن : الدالة } f \text{ قابلة للاشتقاق عند } x_0 = 2. \quad = \lim_{x \rightarrow 2} 3(x+2) = 3(2+2) = 12 = f'(2) \in \mathbb{R}$$

$$(2) \quad y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad f'(2) = 12 \quad f(2) = 12 \quad \text{اذن :}$$

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2) = 12(x - 2) + 12 = 12x - 24 + 12$$

$$y = 12x - 12 \text{ وهي معادلة المماس}$$

II. الدالة المشتقة:
مشتقات الدوال الاعتيادية:

المجال	$f'(x)$	$f(x)$
\mathbb{R}	0	k
\mathbb{R}	a	ax
\mathbb{R}	$2x$	x^2
\mathbb{R}	nx^{n-1}	$x^n (n \in \mathbb{N}^*)$
$]-\infty, 0[$ أو $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$

أمثلة: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$(1) f(x) = x^{10} \quad (2) f(x) = 2 \quad (3) f(x) = 3x - 5$$

الأجوبة :

$$(1) f'(x) = (x^{10})' = 10x^{10-1} = 10x^9$$

$$(2) f'(x) = (2)' = 0$$

$$(3) f'(x) = (3x - 5)' = 3$$

$$(3) f'(x) = (x^{10})' = 10x^{10-1} = 10x^9$$

العمليات على الدوال المشتقة:

الشرط	مشتقتها	الدالة
	$u' + v'$	$u + v$
	$k \cdot u'$	$k \cdot u$
	$u'v + uv'$	$u \cdot v$
u لا تنعدم في I	$-\frac{u'}{u^2}$	$\frac{1}{u}$
v لا تنعدم في I	$\frac{u'v + uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$
	$nu^{n-1}u'$	$u^n (n \in \mathbb{N}^*)$

مثال 1: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$(1) f(x) = 5x^4 - 1 \quad (2) f(x) = 2x^8$$

$$f'(x) = (5x^4 - 1)' = 5 \times (x^4)' - (1)' = 5 \times 4x^{4-1} - 0 = 20x^3 \quad (2) f'(x) = (2x^8)' = 2 \times (x^8)' = 2 \times 8x^{8-1} = 16x^7$$

تمرين 2: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$(1) f(x) = 3x^7 \quad (2) f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 1 \quad (3) f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 6 \quad (4) f(x) = 2x^5 - 3x^4 - 6x + 1$$

تمرين 3: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$(1) f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1 \quad (2) f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - 4x - 6 \quad (3) f(x) = 2x^5 - 4x^2 + 7$$

مثال 2: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = (3x+5) \times (2x+6)$:

$$\text{الحل: } f'(x) = ((3x+5) \times (2x+6))' = ((3x+5))' \times (2x+6) + (3x+5) \times (2x+6)'$$

$$f'(x) = ((3x+5) \times (2x+6))' = 3 \times (2x+6) + (3x+5) \times 2$$

$$f'(x) = 6x + 18 + 6x + 10 = 12x + 28$$

تمرين 4: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = x^2 \times (2x-1)$:

$$\text{الحل: } f'(x) = (x^2 \times (2x-1))' = (x^2)' \times (2x-1) + x^2 \times (2x-1)'$$

$$f'(x) = 2x \times (2x-1) + x^2 \times 2 = 4x^2 - 2x + 2x^2 = 6x^2 - 2x$$

مثال 3: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = \frac{1}{2x+1}$:

$$\text{الحل: } f'(x) = \left(\frac{1}{2x+1} \right)' = -\frac{(2x+1)'}{(2x+1)^2} = -\frac{2}{(2x+1)^2}$$

تمرين 5: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = \frac{1}{4x-3}$:

$$\text{الحل: } f'(x) = \left(\frac{1}{4x-3} \right)' = -\frac{(4x-3)'}{(4x-3)^2} = -\frac{4}{(4x-3)^2}$$

مثال 4: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$:

$$\text{الحل: } f'(x) = \left(\frac{2x+3}{x+1} \right)' = \frac{(2x+3)' \times (x+1) - (2x+3) \times (x+1)'}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \times (x+1) - (2x+3) \times 1}{(x+1)^2} = \frac{2x+2-2x-3}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

تمرين 6: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = \frac{3x-1}{2x+5}$:

$$\text{الحل: } f'(x) = \left(\frac{3x-1}{2x+5} \right)' = \frac{(3x-1)' \times (2x+5) - (3x-1) \times (2x+5)'}{(2x+5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3 \times (2x+5) - (3x-1) \times 2}{(2x+5)^2} = \frac{6x+15-6x+2}{(2x+5)^2} = \frac{17}{(2x+5)^2}$$

مثال 5: حدد الدالة المشتقة للدالة $f(x) = (4x+3)^3$:

$$\text{الحل: } f'(x) = \left((4x+3)^3 \right)' = 3(4x+3)^2 \times (4x+3)' = 3(4x+3)^2 \times 4 = 12(4x+3)^2$$

تمرين 7 (1): $f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1$ (2) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - 4x - 6$

$$f(x) = \frac{4x-2}{2x+1} \quad (5) \quad f(x) = \frac{1}{5x-4} \quad (4) \quad f(x) = x^2 \times (2x-1) \quad (3)$$

$$f(x) = (2x-1)^7 \quad (6)$$

$$\text{الحل: (1)} \quad f'(x) = \left(3x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1 \right)' = 9x^2 - x \quad (2) \quad f'(x) = \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{4}x^4 - 4x - 6 \right)' = x^4 - x^3 - 4$$

$$f'(x) = 2x \times (2x-1) + x^2 \times 2 = 4x^2 - 2x + 2x^2 = 6x^2 - 2x$$

$$f'(x) = \left(\frac{4x-2}{2x+1} \right)' = \frac{(4x-2)' \times (2x+1) - (4x-2) \times (2x+1)'}{(2x+1)^2} \quad (5) \quad f'(x) = \left(\frac{1}{5x-4} \right)' = -\frac{(5x-4)'}{(5x-4)^2} = -\frac{5}{(5x-4)^2} \quad (4)$$

$$f'(x) = \frac{4 \times (2x+1) - (4x-2) \times 2}{(2x+1)^2} = \frac{(8x+4) - (8x-4)}{(2x+1)^2} = \frac{8}{(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \left((2x-1)^7 \right)' = 7(2x-1)^6 \times (2x-1)' = 7(2x-1)^6 \times 2 = 14(2x-1)^6 \quad (6)$$

III. رتبة دالة وإشارة مشتقتها:

خاصية: I مجال من \mathbb{R} و f دالة قابلة للاشتقاق على I .

▪ f ثابتة على $I \Leftrightarrow f'(x) = 0$ لكل x من I .

▪ f تزايدية على $I \Leftrightarrow f'(x) \geq 0$ لكل x من I .

▪ f تناقصية على $I \Leftrightarrow f'(x) \leq 0$ لكل x من I .

مثال 1: لتكن f دالة عددية معرفة بـ $f(x) = 5x^3$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2. أحسب الدالة المشتقة واستنتج رتبة الدالة f

الحل:

$$(1) \text{ الدالة } f \text{ محدودية اذن } D_f = \mathbb{R} \quad (2) \quad f'(x) = (5x^3)' = 5 \times 3x^2 = 15x^2 \geq 0 \text{ ومنه الدالة } f \text{ تزايدية على } D_f = \mathbb{R}$$

مثال 2: دراسة دالة حدودية:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ دالة عددية معرفة بـ:

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2. أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3. أحسب الدالة المشتقة ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. أنشئ منحنى الدالة f .

الحل:

1. الدالة f محدودية اذن $D_f = \mathbb{R}$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)' = (x^3)' - (3x^2)' + (4)' \quad .3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \times 2x^1 + 0 = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ أو } 3x = 0 \Leftrightarrow$$

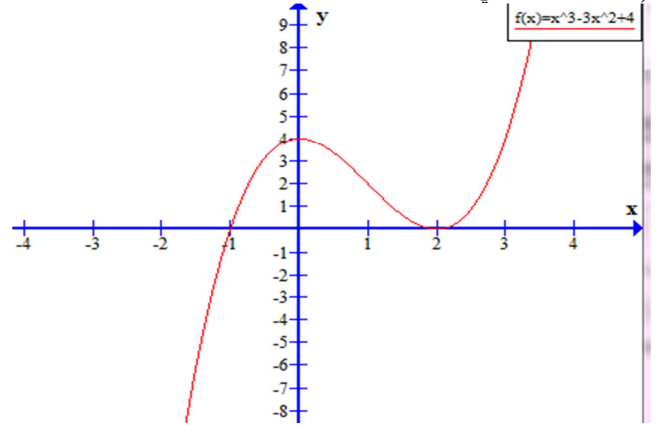
جدول إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$3x$	-	0	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$3x(x-2)$	+	0	-	+

جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

4) التمثيل المبياني للدالة f .



تمرين 8 : دراسة دالة حدودية:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2. أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3. أحسب الدالة المشتقة ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. أنشئ منحنى الدالة f .

الحل:

1. الدالة f حدودية إذن $D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$f'(x) = (x^3 + 3x^2 - 1)' = (x^3)' + (3x^2)' - (1)' \quad .3$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3 \times 2x^1 + 0 = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$$3x(x+2) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$$

$$x = -2 \text{ أو } x = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \text{ أو } 3x = 0 \Leftrightarrow$$

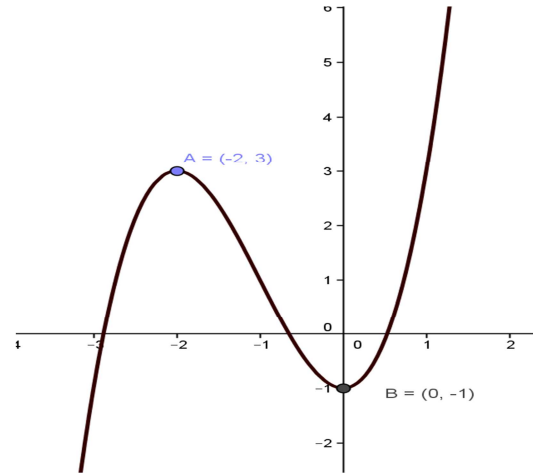
جدول إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$3x$	$-$	0	0	$+$
$3x(x+2)$	$+$	0	$-$	$+$

جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

التمثيل المبياني للدالة f .



مثال 3 : دراسة دالة متخاطة: نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g .
2. أحسب نهايات الدالة g في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g .
4. املأ الجدول التالي :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$							

5. أنشئ منحنى الدالة g .

الحل:

1. حيز تعريف الدالة g هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{1\}$

و منه $D =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = 1$ مقارب عمودي للمنحنى.

$$3. \text{ لكل } x \text{ من } D \text{ لدينا: } g'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

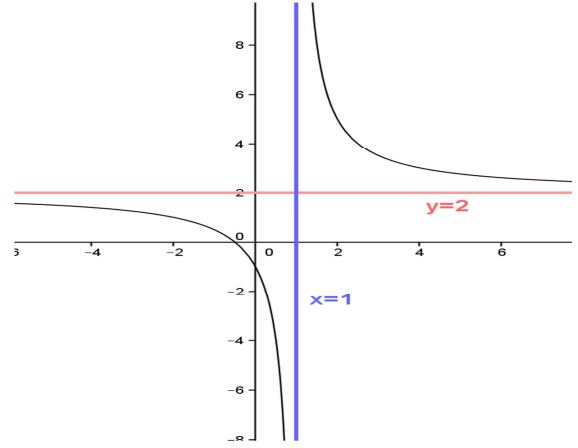
يعني: $(\forall x \in D) g'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2		2

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	1	1/2	-1		5	7/2	3

5. منحنى الدالة g .



تمرين 9: نعتبر الدالة العددية g المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

1. حدد حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات الدالة f في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
4. املأ الجدول التالي:

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

5. أنشئ منحنى الدالة f .

الحل:

1. حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{2\}$

و منه $D =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 3$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{x-2} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x-2} = +\infty$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = 2$ مقارب عمودي للمنحنى.

$$3. \text{ لكل } x \text{ من } D \text{ لدينا: } f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2}$$

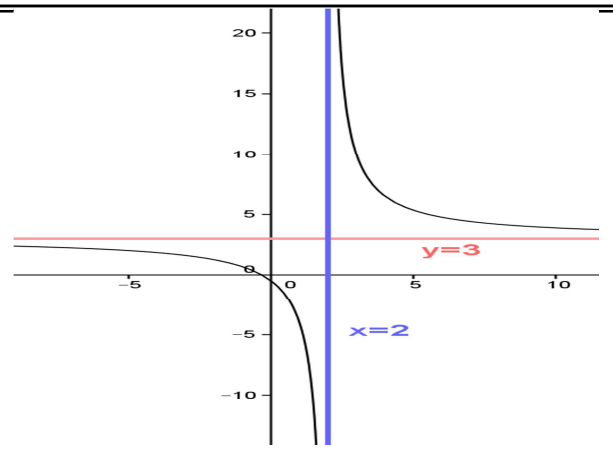
يعني: $(\forall x \in D) f'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3		3

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2/3	-1/2	-4		10	13/2	4

5. منحنى الدالة f .



IV. دراسة الدالة $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ ($a \neq 0$):

مثال: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{3x-5}$.

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. أحسب $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. أحسب $f(2)$ و $f(3)$ و $f(7)$.

5. مثل مبيانيا الدالة f في معلم متعامد ممنظم.

الحل:

1. $f(x)$ معرفة إذا وفقط إذا كان $3x-5 \geq 0$ يعني $3x \geq 5$ و منه $x \geq \frac{5}{3}$.

يعني حيز تعريف الدالة f هو: $D = \left[\frac{5}{3}, +\infty \right[$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x \left(3 - \frac{5}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \sqrt{3 - \frac{5}{x}} = +\infty$$

لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x} = 0$.

3. لدينا: $\left(\forall x \in \left] \frac{5}{3}, +\infty \right[\right) f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-5}}$.

بما أن $\frac{3}{2} > 0$ و $\sqrt{3x-5} > 0$ فان: $f'(x) > 0$.

جدول التغيرات:

x	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	$+\infty$

4. لدينا: $f(2) = \sqrt{3 \times 2 - 5} = \sqrt{1} = 1$.

و $f(3) = \sqrt{3 \times 3 - 5} = \sqrt{4} = 2$.

و $f(7) = \sqrt{3 \times 7 - 5} = \sqrt{16} = 4$.

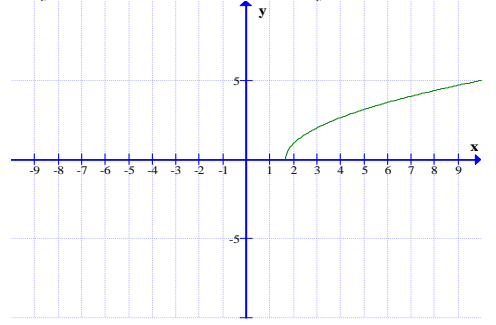
5. التمثيل المبياني:

$f\left(\frac{5}{3}\right) = 0$ يعني أن النقطة $A\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ تنتمي لـ (C_f) .

$f(2) = 1$ يعني أن النقطة $B(2, 1)$ تنتمي لـ (C_f) .

$f(3) = 2$ يعني أن النقطة $B(3, 2)$ تنتمي لـ (C_f) .

$f(7) = 4$ يعني أن النقطة $B(7, 4)$ تنتمي لـ (C_f) .



تمرين 10: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{2x+4}$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. أحسب $f'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة f .
4. أحسب $f(-2)$ و $f(0)$ و $f(6)$.
5. مثل مبيانيا الدالة f في معلم متعامد ممنظم.

الحل: (1) معرفة إذا فقط إذا كان $2x+4 \geq 0$ يعني $2x \geq -4$ و منه $x \geq -2$

يعني حيز تعريف الدالة f هو: $D = [-2, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x \left(2 + \frac{4}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \sqrt{2 + \frac{4}{x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0$$

$$(\forall x \in]-2, +\infty[) f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+4}} = \frac{1}{\sqrt{2x+4}}$$

بما أن $\sqrt{2x+4} > 0$ فان: $f'(x) > 0$.

جدول التغيرات:

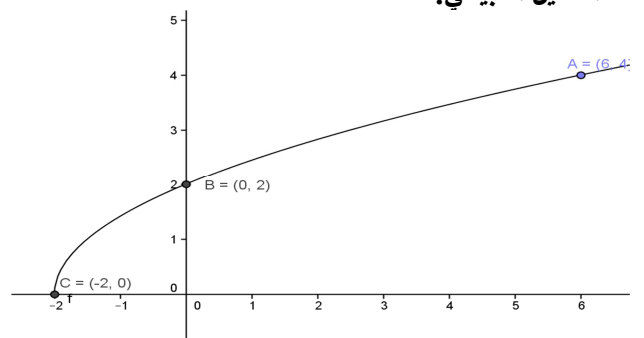
x	-2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	$+\infty$

$$f(-2) = \sqrt{2 \times (-2) + 4} = \sqrt{0} = 0 \quad \text{لدينا:}$$

$$f(0) = \sqrt{2 \times 0 + 4} = \sqrt{4} = 2 \quad \text{و}$$

$$f(6) = \sqrt{2 \times 6 + 4} = \sqrt{16} = 4 \quad \text{و}$$

التمثيل المبياني:



تمرين 11: نعتبر الدالة العددية g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g .
2. أحسب نهايات الدالة g في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدلة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g .
4. أنشئ منحنى الدالة g .

الحل:

1) حيز تعريف الدالة g هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x + 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1\}$

و منه $D =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = -1$ مقارب عمودي للمنحنى.

3) لكل x من D لدينا: $g'(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$ يعني: $(\forall x \in D) g'(x) > 0$

4) جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	2		2

منحنى الدالة g .

