Lycée ANISSE	D.S. N°1	1/2	2ème B.A.C.S.P

Exercice n°1. (Les questions de l'exércice sont indépendantes).

6pts **A** Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x\to-\infty} -2x^3+x \ ; \ \lim_{x\to+\infty} \sqrt{1+x}-x \ ; \ \lim_{x\to-\infty} \frac{1+4x^2}{2x-x^3}$$

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1} \ ; \ \lim_{x\to+\infty} \sqrt[3]{1+x^3}-2x^2 \ ; \ \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{1-\cos(2x)}{x^2}$$

1,5pts **B** 1) Classer suivant l'ordre croissant les nombres suivants :

$$\sqrt[6]{2} \ ; \ 2^{3/4} \ , \ \sqrt{3}$$

1,5pts 2) Simplifier le nombre $A = \dfrac{\sqrt[6]{64000000}}{\sqrt[3]{4} \times 2^{1/3} \times \sqrt{2}}$

C Résoudre les équations suivantes :

2pts $\sqrt[3]{1-x} = x-1$; $(1+2x)^5 - 32 = 0$

3pts **Exercice n°2** On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^2+x-2}{x-1}, & x>1 \\ g(x) = x+\sqrt{x^2+3}, & x\leq 1 \end{cases}$$

2pts 1) Montrer que g est continue sur chacun des intervalles : $]-\infty,1]$ et $]1,+\infty[$

1pt 2) Est ce que g est continue sur $\mathbb{R}$.

Exércice n°3 (3pts)

2pts 1) Montrer que l'équation $x^3+2x-1=0$ admet une Solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $0<\alpha<1$

1pt 2) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25

Exércice n°4 (3pts)

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[1,+\infty[$ par :

$$f : x \longmapsto x^2-2\sqrt{x^2-1}$$

0,25 1) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

0,5 2) Montrer que f est continue sur l'intervalle $[1,+\infty[$

0,5 3) a) Montrer que :

$$(\forall x>1)\ f'(x)=\left(\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{x^2-1}+1\right)}\right)\left(x^2-2\right)$$

0,5 b) dedüire que f est strictement croissante sur l'intervalle $[\sqrt{2},+\infty[$ et strictement décroissante Sur l'intérvalle $[1,\sqrt{2}]$

4) Soit g la réstriction de f sur l'intervalle $[\sqrt{2},+\infty[$

0,5 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1}. Définie sur un intervalle J à déterminer

0,25 b) Montre que : $(\forall x\in[\sqrt{2},+\infty[)\ g(x)=\left(\sqrt{x^2-1}-1\right)^2$

0,5 c) dédüire $g^{-1}(x)$ pour toute x de J.