

11

Exercice N°1

Questions indépendantes

(A) Calculer les limites suivantes

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x + 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{x^2 + x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x + 1}{x^4 + 5}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 + x + 1$

6

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{x - \frac{\pi}{3}} \left( x = x - \frac{\pi}{3} \right)$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$

4

(B) a - classer suivant l'ordre croissant les nombres suivants:  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\sqrt[4]{\sqrt{7}}$ ;  $\sqrt[8]{5}$

1

b Simplifier le nombre A suivant:

$$A = \frac{\sqrt[15]{3^5} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[5]{9^3}}{\sqrt[5]{3}}$$

2

(C) Soit f la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2\sqrt{1-x} & ; x < 1 \\ f(x) = \frac{x}{2x-1} & ; x > 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

1

a - Étudier la continuité de f sur l'intervalle  $]1, +\infty[$  et sur l'intervalle  $]-\infty, 1[$   
 b - f est-elle continue sur  $\mathbb{R}$ ?

5,5

## Exercice N° 2

Soit  $h$  la fonction numériquedéfinie sur  $\mathbb{R}$  par:  $h(x) = x^5 - 5x + 1$ 1  $\frac{1^\circ}{\Gamma}$  - montrez que:  $(\forall x \in \mathbb{R}) : h'(x) = 5(x^2+1)(x^2-1)$ 1  $\frac{2^\circ}{\Gamma}$  - a - Étudiez le signe de  $(x-1)(x+1)$ , puis dresser le tableau de variations de la fonction  $h$ .1,5  $\frac{b}{\Gamma}$  - Déterminez les images par la fonction  $h$ , des intervalles suivants.

$$I = [-1, 1] \quad , \quad J = [1, +\infty[ \quad ; \quad K = \mathbb{R}$$

1  $\frac{3^\circ}{\Gamma}$  - a - Montrez que l'équation  $h(x) = 0$  a une et une seule solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0, 1]$ .1  $\frac{b}{\Gamma}$  - Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $0,25$ 

3,5

## Exercice N° 3

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $I = [0, +\infty[$  par:  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ 0,5  $\frac{1^\circ}{\Gamma}$  - Montrez que  $f$  est continue sur  $I$ 0,75  $\frac{2^\circ}{\Gamma}$  - a - Montrez que  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .0,5  $\frac{b}{\Gamma}$  - Déduire que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur  $I$ 0,25  $\frac{3^\circ}{\Gamma}$  - a - vérifiez que  $f^{-1}(0) = 0$ 0,75  $\frac{b}{\Gamma}$  - Montrez que:  $(\forall x \in I) : f^{-1}(x) = (\sqrt{1+x} - 1)^2$ 0,75  $\frac{c}{\Gamma}$  - Résolvez dans  $I$  l'équation:  $f^{-1}(x) = f(x)$