Lycée Tamellalt | Année Scolaire :2021-2022

Devoir Surveillé 1

Niveau : 2BacSP | Prof : Abdessamad Rouchad

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$$

1) On pose : $g(x) = x^3 + 3x + 8$
   a) Étudier les variations de la fonction g. (2pts)
   b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ et que $\alpha \in [-2; 0]$ (2pts)
   c) Préciser le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x (2pts)
2) Étude de la fontion f
   a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ (1pts)
   b) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \frac{x\left(x^3+3x+8\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ (1pts)
   c) A l'aide d'un tableau de signe donner le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f. (3pts)
   d) En écrivant $f(x) = \frac{x\left(x^3-4\right)}{x^3+x}$, montrer alors que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ (2pts)
   e) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ (1pts)

Exercice 2 :(6pts)

Soit la fonction $g(x) = x - 2\sqrt{x}$ définie sur $\mathbb{R}^+$.

1) Montrer que g est strictement croissante sur $[1, +\infty[$ puis déterminer $J = g([1, +\infty[)$
2) Montrer que g admet une fonction réciproque de J vers $[1, +\infty[$ et déterminer $g^{-1}(x)$ pour x dans J
3) Résoudre dans $[1, +\infty[$ l'équation :

$$x^2 - 4x\sqrt{x} + 4x = 1$$