Inisse Groupe scolaire	EXAMEN BLANC N° 2 DE MATHEMATIQUES	2eme pc : Fr , durée 3H Coefficient : 7

EXERCICE 1 $(3,25 pts)$

On considère dans l'espace rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ les points ; $\Omega(-1,1,2)$, $A(2,2,4)$ $B(6,1,3)$, $C(-4,4,5)$

1pt 1) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis montrer que ; $x+2y+2z-14=0$ est une Equation cartésienne du plan (ABC)

2) Soit (S) la sphère de centre Ω est tangente au plan (ABC)

0,5 pt a) Calculer la distance $d(\Omega,(ABC))$

0,5pt b) Montrer que ; $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-3=0$ est une équation cartésienne de la sphère (S)

0,75pt c) Montrer que le triplet de coordonnées de H point de contact de la sphère (S) et le plan (ABC) Est : $(0,3,4)$

0,5pt d) Montrer que la droite (ΩH) coupe la sphère (S) en deux points à déterminer

EXERCICE 2 $(3,5 pts)$

0,5pt 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexe $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-6z+12=0$

2) on considère dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points :

A,B,C d'affixes respectivement : $a=2\sqrt{3}$, $b=3+i\sqrt{3}$ et $c=\overline{b}$

0,5pt a) Ecrire sous la forme exponentielle le nombre complexe b

0,5pt b) Déduire que : $a^6+b^6=0$

0,5pt c) Déterminer a' l'affixe du point A' image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$

1pt d) Déduire que : $\arg(a'c)\equiv\frac{\pi}{12}[2\pi]$ et que $|a'c|=12$ puis déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

0,5pt e) Déterminer et représenter dans le plan complexe l'ensemble des points $M(z)$ vérifiant :

$\frac{z-c}{z-b}\in\mathbb{R}$

EXERCICE 3 $(3{,}25\,pts)$

Une urne contient quatre boules indiscernables au toucher , trois boules rouges portent les numéros : $1,1,2$ et une boule verte porte le numéro : 2 , on tire de l'urne deux boules successivement et avec Remise

1) On considère les deux événements suivants : A " les boules tirées sont de même couleur"

B " le produit des nombres portés par les deux boules tirées est pair "

1,25pt a) Montrer que : $p(A)=\dfrac{5}{8}$ et que $p(B)=\dfrac{3}{4}$

0,5 pt b) Sachant que les deux boules tirées sont de la même couleur quelle est la probabilité pour qu'elles Portent des nombres ayant un produit pair

1,5pt 2) Soit X la variable aléatoire qui relie chaque tirage des deux boules par le nombre des boules vertes Tirées , donner la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique

EXERCICE 4 $(10\,pts)$

Partie 1 : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f:\ x \mapsto (2-x)e^{x}-2$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité $2cm$)

0,5 pt 1) Montrer que : $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)=-2$ et interpréter géométriquement le résultat

0,5pt 2)a) Montrer que : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)=-\infty$ et que $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=-\infty$

0,25pt b) Déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ et déterminer sa Direction

0,75pt 3)a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que :

$(\forall x\in\mathbb{R})\qquad f'(x)=(1-x)e^{x}$

0,5pt b) Donner le tableau de variation de f

0,5pt c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1,+\infty[$ et que

	$\frac{3}{2} \prec \alpha \prec 2$ (On admet que $e^{\frac{3}{2}} \succ 4$)
0,5pt	d) Montrer que : $y = x$ est une équation cartésienne da la droite (T) tangente à la courbe (C) Au point d'abscisse 0
0,75pt	4)a) Etudier la concavité de (C)
0,5pt	b) Déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (T)
0,75pt	c) Tracer la droite (T) et la courbe (C) dans le repère $(0,\vec{i},\vec{j})$
1 pt	5)a) En utilisant une intégration par partie montrer que : $\int_0^1 (2-x)e^x dx = 2e-3$
0,5pt	b) Déduire l'aire du domaine limité par la courbe (C) et la droite (T) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$
	<u>Partie 2 :</u> Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g: \quad x \mapsto 2-2e^{-x}$
0,5pt	1) Montrer que : $\left(\forall x \in \left[\frac{3}{2},+\infty\right[\right) \quad 0 \leq g'(x) \leq \frac{1}{2}$
0,5pt	2) Montrer que : $g(\alpha)=\alpha$
	3) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 2-2e^{-u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$
0,5pt	a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \frac{3}{2} \leq u_n \leq \alpha$
0,5pt	b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 \leq \alpha - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(\alpha - u_n)$
	(Remarquer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \int_{u_n}^{\alpha} g'(x)dx = \alpha - u_{n+1}$)
0,5pt	c) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 \leq \alpha - u_n \leq \frac{1}{2^{n+1}}$
0,5pt	d) Déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite