

1.

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. ..

a. $5y' = 0$.

b. $y' = -8y$.

2. $y' = 5y + 1$ puis déterminer la solution qui vérifie la condition $g(0) = 2$.**3.** ..

a. (E) : $y' + 2y = 0$.

b. Montrer que : $y_0 = e^{-3x}$ est solution de l'équation : (E') : $y' + 2y = -e^{-3x}$.**2.**

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. (E) : $4y'' - 4y' + y = 0$.

2. (E) : $y'' - 2y' + 5y = 0$.

3. ..

a. (E) : $y'' - 3y' + 2y = 0$.

b. Déterminer la solution qui vérifie les conditions $g(0) = -3$ et $g'(0) = -2$ (bac 2016 session normale)**3.**

1. Résoudre l'équation différentielle suivante : (E₁) :
$$\begin{cases} y' = \frac{2}{x} - 1 + 4x \\ y(1) = -7 \end{cases}$$
 .

2. Résoudre l'équation différentielle suivante : (E₂) :
$$\begin{cases} 2y' + 14y = 5 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
 .

3. Résoudre l'équation différentielle suivante : (E₃) :
$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = 0 \\ y(0) = 0 ; y'(0) = -3 \end{cases}$$
 .

4.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 4z + 7 = 0$.

2. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' - 4y' + 7y = 0$.

5.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 + 6z + 12 = 0$.

2. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' + 6y' + 12y = 0$.

6.

On considère l'équation différentielle suivante : (E) : $y'' - 2y' + y = 0$.

1. Résoudre l'équation (E) .**2.** Déterminer la fonction h qui vérifie l'équation (E) et sa courbe passe par le point $O(0;0)$ et $h'(0) = -1$



3. Vérifie que : la fonction $g(x) = 2 - xe^x$ vérifie l'équation $(E_1) : y'' - 2y' + y = 2$.

7.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 4z + 29 = 0$.

2. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' - 4y' + 29y = 0$.

3. Déterminer la fonction $g(x)$ solution de l'équation (E) tel que : $g(0) = 1$ et $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^\pi$

8.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. On notera z_1 et z_2 les solutions trouvées, z_1 étant la solution de partie imaginaire positive.

2. Déterminer le module et un argument de z_1 et de z_2 puis donner l'écriture exponentielle de z_1 et de z_2 .

3. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' - 2\sqrt{3}y' + 4y = 0$.

9.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 6\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)z + 9 = 0$. On notera z_1 et z_2 les solutions trouvées, z_1 étant la solution de partie imaginaire positive.

2. Déterminer le module et un argument de z_1 et de z_2 puis donner l'écriture exponentielle de z_1 et de z_2 .

3. Résoudre l'équation différentielle suivante : $y'' - 6\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)y' + 9y = 0$.

10.

On considère l'équation suivante : $(E) : z \in \mathbb{C}, z^2 - \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}z + 1 = 0$.

1. Montrer que : $\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$.

2. Déterminer : z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) avec $\text{Im}(z_1) > 0$.

3. On déduit les solutions de l'équation différentielle suivante : $(E) : 2y'' - (\sqrt{6} + \sqrt{2})y' + 2y = 0$.

4. Donner l'écriture trigonométrique de : z_1 et z_2 .

11.

1. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} l'équation $z^2 - 6z + 13 = 0$.

2. Résoudre l'équation différentielle suivante : $(E) : y'' - 6y' + 13y = 0$.

3. Déterminer la fonction f solution de (E) tel que : $f(0) = 0$ et $f'(0) = 2$.

4. En déduit la valeur de $\int_0^\pi e^{3x} \sin(2x) dx$.

12.

On considère l'équation différentielle suivante $(E) : y'' - 4y' + 13y = 0$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E)

2. ..



a. Déterminer la solution de l'équation (E) qui vérifie les conditions $g(0) = 0$ et $g'(0) = 3$.

b. En déduit la valeur de $\int_0^\pi e^{2x} \sin(3x) dx = \frac{3}{13}(1 + e^{2\pi})$.

c. A l'aide d'une intégration par partie calculer l'intégral suivant : $\int_0^\pi e^{2x} \cos(3x) dx$

13.

On considère l'équation différentielle suivante : (E) : $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$ tel que la fonction y définie et dérivable sur \mathbb{R} .

1. Montrer que la fonction : $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ est solution de l'équation (E).

2. On pose : $y = z + h$ tel que Z est une fonction dérivable sur \mathbb{R} .

a. Montrer que : si y est solution de l'équation (E) alors z est solution de l'équation $z' - 2z = 0$.

b. Montrer que : si z est solution de l'équation $z' - 2z = 0$ alors y est solution de l'équation (E).

c. Ecrire l'équivalence obtenue.

d. Résoudre l'équation : (E') : $z' - 2z = 0$ puis déduis les solutions de l'équation (E).

e. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie $f(0) = 0$.