Approche

- f est une fonction ; on la note par y .
- f' est sa dérivée ; on la note par y' .
- L'écriture $f'(x) = af(x) + b$ on la note par $y' = ay + b$ on l'appelle équation différentielle linéaire de première degré de coefficients constant a et b .
- Toute fonction g dérivable qui vérifie cette équation différentielle ($g'(x) = ag(x) + b$) on l'appelle solution particulière de l'équation différentielle .
- Résoudre une équation différentielle c'est de trouver toutes les fonctions qui vérifient l'équation différentielle (c'est-à-dire de trouver la solution générale) .
- Le programme se limite aux équations différentielles de la forme .
  1) $y' = ay + b$ avec a et b de $\mathbb{R}$
  2) $y'' + ay' + by = 0$ avec a et b de $\mathbb{R}$.

Equation différentielle de la forme $y' = ay + b$ a et b de $\mathbb{R}$

Cas possibles suivants les valeurs de a	Solution générale (les fonctions $f(x)$ ou $y(x)$ ou simplement y)
$a = 0$ et $b = 0$ c.à.d. l'équation : $y' = 0$	$y(x) = f(x) = c$ $c \in \mathbb{R}$
$a = 0$ et $b \neq 0$ c.à.d. l'équation : $y' = b$	$f(x) = bx + c$ $c \in \mathbb{R}$
$a \neq 0$ c.à.d. l'équation : $y' = ay + b$	$f(x) = c \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ $c \in \mathbb{R}$

Equation différentielle de la forme $y'' + ay' + by = 0$ a et b de $\mathbb{R}$

- L'équation $r \in \mathbb{C} : r^2 + ar + b = 0$ s'appelle l'équation caractéristique de l'équation : $y'' + ay' + by = 0$
- $\Delta = a^2 - 4b$
- solution générale de l' équation différentielle dépend du signe de Δ ; donc on a trois cas :

1^er^ cas : $\Delta > 0$

- Donc l'équation caractéristique a deux solutions réelles sont : r_1 et r_2 .
- D'où la solution générale de $y'' + ay' + by = 0$ sont les fonctions de la forme : $y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x}$; α et β de $\mathbb{R}$

2^er^ cas : $\Delta = 0$

Donc l'équation caractéristique a une solution réelle est r_1 .
D'où la solution générale de $y'' + ay' + by = 0$ sont les fonctions de la forme : $y(x) = (\alpha x + \beta)e^{r_1 x}$; α et β de $\mathbb{R}$

3^ième^ cas : $\Delta < 0$

Donc l'équation caractéristique a deux solutions complexes conjugués sont : $r_1 = p + qi$ et $r_2 = \overline{r_1} = p - qi$
D'où la solution générale de $y'' + ay' + by = 0$ sont les fonctions de la forme : : $y(x) = (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))e^{px}$; α et β de $\mathbb{R}$.

il existe une seule fonction f qui vérifie la condition initiale $f(x_0) = y_0$ avec x_0 et y_0 de $\mathbb{R}$ pour $y' = ay + b$
pour l'équation différentielle $y'' + ay' + by = 0$ il faut donner au moins deux conditions initiales