المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية – خيار فرنسية

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS22F

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- **Nombre de pages : 4 (La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen) ;**
- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;**
- **Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul de probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

0.5 1)a) Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout entier naturel n

0.5 b) Vérifier que $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ pour tout entier naturel n puis montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0.25 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

2)Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 1$ pour tout entier naturel n

1 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ puis écrire v_n en fonction de n

0.75 b) Montrer que $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour tout entier naturel n, puis déterminer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 3, 4)$ et $B(0, 1, 2)$

0.5 1) a) Montrer que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 b) Montrer que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB)

0.5 2)Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

Montrer que (S) a pour centre le point $\Omega(3, -3, 3)$ et pour rayon 5

0.75 3) a) Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S)

0.75 b) Déterminer les coordonnées du point de contact H du plan (OAB) et de la sphère (S)

Exercice 3 (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :** $z^2 - 8z + 41 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ **, on considère les points** A **,** B **,** C **et** Ω **d'affixes respectives** a **,** b **,** c **et** ω **telles que** $a = 4 + 5i$ **,** $b = 3 + 4i$ **,** $c = 6 + 7i$ **et** $\omega = 4 + 7i$

0.75 **a) Calculer** $\dfrac{c-b}{a-b}$ **puis en déduire que les points** A **,** B **et** C **sont alignés**

0.75 **b)Soit** z **l'affixe d'un point** M **du plan et** z' **l'affixe du point** M' **, image de** M **par la rotation** R **de centre** Ω **et d'angle** $-\dfrac{\pi}{2}$

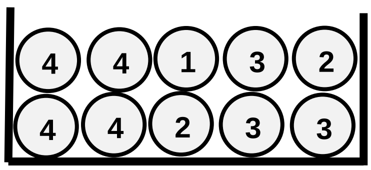
Montrer que $z' = -iz - 3 + 11i$

0.75 **c) Déterminer l'image du point** C **par la rotation** R **puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe** $\dfrac{a-\omega}{c-\omega}$

Exercice 4 (3 points)

Une urne contient 10 boules portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4
(Les boules sont indiscernables au toucher)

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard , successivement et sans remise , deux boules de l'urne .



1 **1) Soit** A **l'évènement :'' Obtenir deux boules portant deux nombres pairs''.**

Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{3}$

2 **2) On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience.**
Soit X **la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement** A **est réalisé.**

Montrer que $p(X=1) = \dfrac{4}{9}$ **puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire** X

Problème (8 points)

I-Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=\dfrac{2}{x}-1+2\ln x$

On considère ci-contre le tableau de variations de la fonction g sur $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

0.25 **1) Calculer $g(1)$**

0.75 **2) En déduire à partir du tableau que $g(x)>0$ pour tout x appartenant à $]0,+\infty[$**

II-On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $2\ cm$)

0.75 **1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.**

0.5 **2)a- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (pour le calcul de la limite on pourra utiliser l'écriture suivante $f(x)=x\left[\dfrac{3}{x}-3+2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\ln x\right]$)**

0.5 **b- Montrer que la courbe (C) admet , au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées .**

0.75 **3) a-Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout x appartenant à $]0,+\infty[$**

0.75 **b- En déduire que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0,+\infty[$**

0.5 **4)a- Montrer que $I(1,0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C)**

0.25 **b-Montrer que $y=x-1$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point I**

0.75 **c-Construire , dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (T) et la courbe (C)**

0.5 **5) a-Montrer que : $\displaystyle\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$**

0.75 **b - A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\displaystyle\int_1^2 (x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$**

0.5 **c- Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$**

0.5 **6) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x\in\,]0,+\infty[\ ;\ (x+1)\ln x\geq\dfrac{3}{2}(x-1)$**