

الصفحة 1 4	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة العادية 2018 -الموضوع-</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>NS 22F</p> <p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
------------------	---	---

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

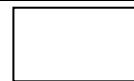
INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points



Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$A(0, -2, -2)$, $B(1, -2, -4)$ et $C(-3, -1, 2)$

1) Montrer que $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ et en déduire que $2x + 2y + z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

2) On considère la sphère (S) dont une équation est $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$

0.5 Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega(1, 0, 1)$ et pour rayon $R = 5$

0.25 3) a) Vérifier que $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ)

passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)

0.5 b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC)

0.75 4) Vérifier que $d(\Omega, (ABC)) = 3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.

Exercice 2 : (3 points)

0.75 1) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation : $2z^2 + 2z + 5 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$

0.25 a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

0.5 b) On considère le point A d'affixe $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ et le point B image du point A par la rotation R . Soit b l'affixe du point B , montrer que $b = d.a$

3) Soit t la translation de vecteur \overline{OA} et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C

0.75 a) Vérifier que $c = b + a$ et en déduire que $c = a \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$ (on pourra utiliser la question 2)b)

0.75 b) Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et quatre boules blanches portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2 .
On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .
Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "

B : "les trois boules tirées portent le même nombre "

C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 1) Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$, $p(B) = \frac{1}{4}$ et $p(C) = \frac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X

1 b) Montrer que $p(X = 1) = \frac{25}{72}$ et calculer $p(X = 2)$

Problème : (11 points)

I) Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

0.25 1) Vérifier que $g(0) = 0$

0.5 2) Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[0, +\infty[$

II) Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 - x) e^{-x} + x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm)

0.5 1) a) Vérifier que $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ pour tout x de \mathbb{R} puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.75 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que (C) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = x$

0.5 c) Vérifier que: $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ pour tout x de \mathbb{R} puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

0.5 d) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 2) a) Montrer $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout x de \mathbb{R}

0.5 b) En déduire que (C) est au dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[1, +\infty[$, et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0, 1]$



0.75	3)a) Montrer que $f'(x) = g(x) e^{-x}$ pour tout x de \mathbb{R}
0.5	b) En déduire que la fonction f est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$
0.25	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f
0.25	4)a) Vérifier que $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ pour tout x de \mathbb{R}
0.5	b) En déduire que la courbe (C) admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4
1	5) Construire (D) et (C) dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (on prend : $f(4) \approx 4.2$)
0.5	6)a) Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ sur \mathbb{R} puis en déduire que $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$
0.75	b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$
0.75	c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C) et (D) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$
	III) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de \mathbb{N}
0.75	1) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n de \mathbb{N} (on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))
0.5	2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante .
0.75	3) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.