Propriété:

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Alors f admet une fonction réciproque définie sur l'intervalle $f(I)$ vers l'intervalle I

Résultats:

- $\begin{cases} f(x)=y \\ x\in I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f^{-1}(y)=x \\ y\in f(I) \end{cases}$
- $(\forall x\in I);(f^{-1}\circ \mathrm{f})(x)=f^{-1}(\mathrm{f}(\mathrm{x}))=x$
- $(\forall y\in f(I));(\mathrm{f}\circ f^{-1})(\mathrm{y})=\mathrm{f}(f^{-1}(\mathrm{x}))=y$

Détermination de la formule de la fonction réciproque:

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Soit x un élément de l'intervalle $f(I)$ et y un élément de l'intervalle I
En utilisant l'équivalence suivante : $f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow x=f(y)$ et en cherchant y en fonction de x on trouve ainsi la formule de $f^{-1}(x)$ pour tout x de $f(I)$

Continuité de la fonction réciproque:

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Alors la fonction réciproque f^{-1} est continue et strictement monotone sur l'intervalle $f(I)$, de même sens de monotonie que f

Dérivabilité de la fonction réciproque:

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Soit x_0 un élément de l'intervalle $f(I)$ et $y_0=f(x_0)$
Si f est dérivable en x_0 et $f'(x_0)\neq 0$
Alors la fonction réciproque f^{-1} est dérivable en y_0 et on a : $(f^{-1})'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}=\dfrac{1}{f'(f^{-1}(\mathrm{y}_0))}$

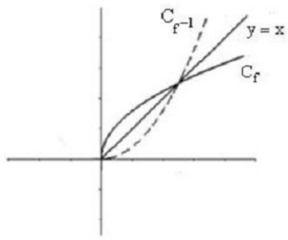
Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Si f est dérivable sur l'intervalle I et sa fonction dérivée f' ne s'annule pas sur cet intervalle I
Alors la fonction réciproque f^{-1} est dérivable sur l'intervalle $f(I)$
Et on a : $(\forall x\in f(I));(f^{-1})'(\mathrm{x})=\dfrac{1}{f'(\mathrm{f}^{-1}(\mathrm{x}))}$

Monotonie de la fonction réciproque:

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
La fonction réciproque f^{-1} est aussi strictement monotone et de même monotonie que la fonction f

La représentation graphique de la fonction réciproque:

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I
Les représentations graphiques des fonctions f et f^{-1} dans un repère orthonormé sont symétrique par rapport à la première bissectrice (la droite d'équation : $y = x$) du repère.



Remarques importantes:

La courbe (C_f)	La courbe $(C_{f^{-1}})$
$A(a;b) \in (C_f)$	$A'(b;a) \in (C_{f^{-1}})$
Admet une asymptote verticale d'équation : $x = a$	Admet une asymptote horizontale d'équation : $y = a$
Admet une asymptote horizontale d'équation : $y = b$	Admet une asymptote verticale d'équation : $x = b$
Admet une asymptote oblique d'équation : $y = ax + b$	Admet une asymptote oblique d'équation : $y = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a}$ (qu'on détermine à partir de la relation $x = ay + b$)
Admet une tangente (ou une demi-tangente) verticale	Admet une tangente (ou une demi-tangente) horizontale
Admet une tangente (ou une demi-tangente) horizontale	Admet une tangente (ou une demi-tangente) verticale