

➤ **Fonction exponentielle népérienne :**

• **Définition :**

La fonction **exponentielle népérienne**, notée  $\exp$ , est la fonction réciproque de la fonction  $\ln$ . On pose :  $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp x = e^x$

• **Conséquences et propriétés :**

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln e^x = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad e^x \times e^y = e^{x+y}$
$\forall x \in ]0, +\infty[ \quad e^{\ln x} = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^{x^r} = e^{rx} \quad r \in \mathbb{Q}$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in ]0, +\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{e^x} = e^{-x}$
$\forall x, y \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

• **Domaine de définition :**

$f$ une fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par :	Domaine de définition de $f$ :
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

• **Limites usuelles :**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$	$n \in \mathbb{N}^*$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$		

• **Continuité:**

La fonction  $x \mapsto e^x$  est continue sur l'intervalle  $\mathbb{R}$

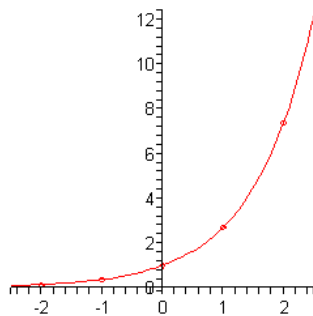
Si  $u$  est une fonction continue sur un intervalle  $I$   
alors la fonction  $x \mapsto e^{u(x)}$  est continue sur  $I$

- **Dérivabilité :**

la fonction  $x \mapsto e^x$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$   
 et on a:  $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x \quad ' \quad = e^x$

Si  $u$  est une fonction est dérivable sur un intervalle  $I$   
 alors la fonction  $x \mapsto e^{u x}$  est dérivable sur  $I$   
 et on a:  $\forall x \in I \quad \left( e^{u x} \right)' = u' x \times e^{u x}$

- **Représentation graphique de exp :**



➤ **Fonction exponentielle de base  $a \in ]0; +\infty[$  :**

- **Définition :**

La fonction exponentielle de base  $a$  est la fonction définie par :  
 $\forall x \in ]0; +\infty[ \quad a^x = e^{x \log a}$

- **Conséquences et propriétés :**

$\forall x; y \in \mathbb{R}^2 \quad a^x \times a^y = a^{x+y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a a^x = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x^r} = a^{rx} \quad r \in \mathbb{Q}$	$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad a^{\log_a x} = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{a^x} = a^{-x}$	$\forall x; y \in \mathbb{R}^2 \quad a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$
$\forall x; y \in \mathbb{R}^2 \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in ]0; +\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$	$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	
$a^{x'} = \ln a \times a^x$	