Définition	✓ ln (logarithme népérien) est la primitive de $x \to \frac{1}{x}$ sur $]0,+\infty[$ et qui s'annule en 1 $ln'(x) = \frac{1}{x} \quad \forall x \in]0,+\infty[$ $\qquad ln(1) = 0$
propriétés	✓ ln est une fonction définie ,continue et dérivable sur $]0,+\infty[$ ✓ ln est une fonction strictement croissante sur $]0,+\infty[$ • $ln(x) > ln(y) \Leftrightarrow x > y$ • $ln(x) = ln(y) \Leftrightarrow x = y$ • $ln(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$ • $ln(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$
Propriétés algébriques	▪ $ln(xy) = ln(x) + ln(y)$ ▪ $ln\left(\frac{x}{y}\right) = ln(x) - ln(y)$ $\quad (x, y \in]0,+\infty[ )$ ▪ $ln\left(\frac{1}{x}\right) = -ln(x)$ ▪ $ln(x^r) = r\,ln(x) \quad r \in \mathbb{Q}$
Le nombre e	$ln(e) = 1 \qquad e \approx 2,71 \qquad ln(e^r) = r \qquad r \in \mathbb{Q}$ $\Rightarrow$ $ln(x) = r \Leftrightarrow x = e^r$

x	0		1		$+\infty$
$ln(x)$	||	-	0	+	

Les limites :

$\lim_{x\to 0^+} ln(x) = -\infty$	$\lim_{x\to +\infty} ln(x) = +\infty$
$\lim_{x\to 0^+} x\,ln(x) = 0$	$\lim_{x\to +\infty} \frac{ln(x)}{x} = 0$
$\lim_{x\to 0^+} x^n ln(x) = 0 \quad n \in \mathbb{N}^*$	$\lim_{x\to +\infty} \frac{ln(x)}{x^n} = 0 \quad n \in \mathbb{N}^*$
$\lim_{x\to 0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$	$\lim_{x\to 1} \frac{ln(x)}{x-1} = 1$

La dérivation :

Si u est dérivable sur un intervalle I et ne s'annule pas sur I alors la fonction $x \to ln|u(x)|$ est dérivable sur I et on a : $(ln|u(x)|)' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

La fonction logarithme de base a :

Définition	$log_a(x) = \frac{ln(x)}{ln(a)}$ avec a un réel strictement positive et différent de 1
Résultats	• $log_a(a) = 1$ • $log_e(x) = ln(x)$ • $log_a(a^r) = r$
Logarithme décimal	Est La fonction logarithme de base 10 , on la note log ✓ $log(x) = \frac{ln(x)}{ln(10)} \qquad log(10^r) = r$