



Rappel :

| Operations sur les fonctions primitives | | Tableau des fonctions primitives des fonctions usuelles | |
|---|----------------------------|---|---------------------------------------|
| Fonction h | H primitive de h | Fonction f | F primitives de f (c ∈ ℝ) |
| $h = f' + g'$ | $H = f + g$ | $f(x) = 0$ | $F(x) = c$ |
| $h = \alpha f'$ | $H = \alpha f$ | $f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$ | $F(x) = ax + c$ |
| $h = f' \times g + f \times g'$ | $H = f \times g$ | $f(x) = x$ | $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$ |
| $h = -\frac{g'}{g^2}$ | $H = \frac{1}{g}$ | $f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$ | $F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$ |
| $h = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$ | $H = \frac{f}{g}$ | $f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$ | $F(x) = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$ |
| $h = f' \times f^n \text{ et } n \neq -1$ | $H = \frac{1}{n+1}f^{n+1}$ | $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ | $F(x) = 2\sqrt{x} + c$ |
| $h = f' \times f^r \text{ et } r \neq -1$ | $H = \frac{1}{r+1}f^{r+1}$ | $f(x) = \sin(x)$ | $F(x) = -\cos(x) + c$ |
| $h = f' \times g' \circ f$ | $H = g \circ f$ | $f(x) = \sin(ax + b) \text{ } a \neq 0$ | $F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$ |
| $h = f'(ax + b) \text{ } a \neq 0$ | $H = \frac{1}{a}f(ax + b)$ | $f(x) = \cos(x)$ | $F(x) = \sin(x) + c$ |
| | | $f(x) = \cos(ax + b) \text{ } a \neq 0$ | $F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$ |
| | | $f(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ | $F(x) = \tan(x) + c$ |
| | | $f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ | $F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$ |
| | | $f(x) = \frac{1}{x^2}$ | $F(x) = -\frac{1}{x} + c$ |

1.

Déterminer les fonctions primitives de chaque fonctions suivantes :

1. $f(x) = 8x^7 - 12x^4 - 14x^3 - 6x + 5$, $f(x) = -4x^5 + \frac{2}{x^2} + 3$, $f(x) = (11x + 1)^5$.

2. $f(x) = \frac{20x - 6}{(5x^2 - 3x + 2)^8}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x + 5}}$, $f(x) = \frac{x^8}{\sqrt{4x^9 + 1}}$.

3. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$, $f(x) = \sqrt[3]{5x-7}$, $f(x) = x^7 \cdot \sqrt{5x^8 - 7}$.

4. $f(x) = 3\sin(7x) - 5\cos(2x - \pi)$.

**2.**

Déterminer la fonction primitive g de la fonction f tel que g qui prend la valeur y_0 par g en x_0 , pour chaque cas suivant :

1. $y_0 = 0; x_0 = 1$; $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$.

2. $y_0 = 1; x_0 = 1$; $f(x) = (x+1)^3$.

3.

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $I =]2, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{(x-2)^2}$.

1. Déterminer a et b de \mathbb{R} tel que : $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{(x-2)^2}$.

2. En déduire les fonctions primitives de f sur I .

Cours des fonctions : logarithme et exponentielle (du courage)

❖ $f(x) = \ln x$ est définie et continue et dérivable sur $]0, +\infty[$ et $f'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$ et

$$g'(x) = (\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)} \text{ avec } u(x) \text{ est une fonction strictement positive et dérivable sur un}$$

intervalle I .

❖ $f(x) = e^x$ est définie et continue et dérivable sur \mathbb{R} et $f'(x) = (e^x)' = e^x$ et

$$g'(x) = (e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)} \text{ avec } u(x) \text{ est une fonction dérivable sur un intervalle } I.$$

4. Bac 2014 session normale

a. Montrer que $H : x \mapsto x \ln x$ est une primitive de la fonction $h \mapsto 1 + \ln x$ sur $]0, +\infty[$ (0,5)

5. Bac 2015 session normale (fuite)

Trouver sur $D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[$ les fonctions primitives de la fonction suivante $h : x \mapsto \frac{1}{x(1-\ln x)}$, on

$$\text{remarquera } \frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{\frac{1}{x}}{1-\ln x} \text{ pour tout } x \text{ de } D_f ..$$

6. Bac 2015 session de rattrapage

Trouver sur $D_f =]0, +\infty[$ les fonctions primitives de la fonction suivante $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.

7. Bac 2017 session normale



Montrer que : $H : x \mapsto 2 \ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ (0,25)

8. Bac 2017 session de rattrapage

Vérifier que : $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur l'intervalle \mathbb{R} .

9. Bac 2018 session normale

Vérifier que : $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto -x^2e^{-x}$ sur \mathbb{R}

10. Bac 2019 session normale

a. Montrer que : $H : x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$. (0,5)