



### 1. Bac 2014 session de rattrapage

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . on considère le point  $A(0,0,1)$  et le plan  $(P)$  d'équation :  $(P) : 2x + y - 2z - 7 = 0$  et la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega(0,3,-2)$  et de rayon 3.

1. ..

**a.** Montrer que :  $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  est une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant

par le point  $A$  et orthogonale au plan  $(P)$  ..... (0,5)

**b.** Vérifier que :  $H(2,1,-1)$  est le point d'intersection du plan  $(P)$  et la droite  $(\Delta)$  ..... (0,5)

2. ..

**a.** Montrer que :  $\overrightarrow{A\Omega} \wedge \vec{u} = -3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$  tel que :  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  ..... (0,75)

**b.** Montrer que la distance du point  $\Omega$  à la droite  $(\Delta)$  est égale à 3 ..... (0,5)

**c.** En déduire que : la droite  $(\Delta)$  est tangente au sphère  $(S)$  et vérifier que le point  $H$  est le point de contact de la droite  $(\Delta)$  et la sphère  $(S)$  ..... (0,75)

### 2. Bac 2015 session normale ( fuite تسريبات )

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . on considère les points  $A(2,1,0)$  et  $B(-4,1,0)$

**1.** Soit le plan  $(P)$  passant par le point  $A$  et  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  est vecteur normal à  $(P)$  ..... (0,5)  
montrer que :  $x + y - z - 3 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(P)$ .

**2.** Soit  $(S)$  l'ensemble des points  $M$  de l'espace qui vérifie la relation :  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$  ..... (0,75)  
montrer que :  $(S)$  est une sphère de centre le point  $\Omega(-1,1,0)$  et pour rayon 3.

3. ..

**a.** Calculer la distance du point  $\Omega$  au plan  $(P)$  et en déduire que le plan  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(C)$  ..... (0,5)

**b.** Montrer que : le centre du cercle  $(C)$  est le point  $H(0,2,-1)$  ..... (0,5)

**4.** Montrer que :  $\overrightarrow{OH} \wedge \overrightarrow{OB} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$ , en déduire la surface du triangle  $OHB$  ..... (0,75)

### 3. Bac 2015 session normale

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère le plan  $(P)$  d'équation :  $(P) : x + y + z + 4 = 0$  et la sphère  $(S)$  centre le point  $\Omega(1,-1,-1)$  et pour rayon  $\sqrt{3}$ .

1. ..



**a.** Calculer  $d(\Omega, (P))$  et en déduire que le plan  $(P)$  est tangent à la sphère  $(S)$  . . . . . ( 0,75 )

**b.** Vérifier que :  $H(0, -2, -2)$  est le point de contact du plan  $(P)$  et la sphère  $(S)$  . . . . . ( 0,5 )

**2.** On considère les points  $A(2, 1, 1)$  et  $B(1, 0, 1)$  .

**a.** Vérifier que :  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  puis en déduire que  $x - y - z = 0$  est une équation du plan  $(OAB)$  . . . . . ( 0,75 )

**b.** Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(OAB)$  . . . . . ( 0,5 )

**c.** Déterminer les coordonnées de chaque des deux points d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et la sphère  $(S)$  . . . . . ( 0,5 )

**4. Bac 2015 session de rattrapage**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

on considère : le plan  $(P)$  d'équation :  $(P) : 2x - z - 2 = 0$  la sphère  $(S)$  d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$  .

**1.** Montrer que la sphère  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(-1, 0, 1)$  et pour rayon  $\sqrt{3}$  . . . . . ( 1 )

**2.** ..

**a.** Calculer la distance du point  $\Omega$  au plan  $(P)$  . . . . . ( 0,5 )

**b.** En déduire que le plan  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$  . . . . . ( 0,5 )

**3.** Montrer que : le rayon du cercle  $(\Gamma)$  est 2 et déterminer les coordonnées du point  $H$  le centre du cercle  $(\Gamma)$  . . . . . ( 1 )

**5. Bac 2016 session normale**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère les points  $A(2, 1, 3)$  et  $B(3, 1, 1)$  et  $C(2, 2, 1)$  et la sphère  $(S)$  d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$  .

**1.** ..

**a.** Montrer que :  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  . . . . . ( 0,5 )

**b.** En déduire que :  $2x + 2y + z - 9 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(ABC)$  . . . . . ( 0,5 )

**2.** ..

**a.** Montrer que la sphère  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(1, -1, 0)$  et pour rayon 6 . . . . . ( 0,5 )

**b.** Montrer que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$  et en déduire que le plan  $(ABC)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$  . . . . . ( 0,5 )

**3.** ..



- a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(ABC)$  . . . . . ( 0,5 )
- b. Montrer que le centre du cercle  $(\Gamma)$  est le point B . . . . . ( 0,5 )

**6. Bac 2016 session de rattrapage**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère les points A(1,3,4) et B(0,1,2) et la sphère(S) d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$  .

- 1. ..
  - a. Montrer que :  $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  . . . . . ( 0,5 )
  - b. En déduire que :  $2x - 2y + z = 0$  est l'équation cartésienne du plan (OAB) . . . . . ( 0,5 )
- 2. .. Soit la sphère(S) d'équation cartésienne :  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$  .
  - a. Montrer que la sphère (S) a pour centre le point  $\Omega(3, -3, 3)$  et pour rayon 5 . . . . . ( 0,5 )
- 3. .
  - a. Montrer que : le plan (OAB) est tangent à la sphère (S) . . . . . ( 0,75 )
  - b. Déterminer les coordonnées du point H de contact du plan (P) et la sphère (S) . . . . . ( 0,75 )

**7. Bac 2017 session normale**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère le plan (P) passant par le point A(0,1,1) et  $\vec{u}(1, 0 - 1)$  est un vecteur normal à (P) et la sphère(S) de centre  $\Omega(0, 1, -1)$  et de rayon  $\sqrt{2}$  .

- 1. ..
  - a. Montrer que :  $x - z + 1 = 0$  est une équation cartésienne du plan (P) . . . . . ( 0,5 )
  - d. Montrer que : le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que le point B(-1,1,0) est le point de contact du plan (P) et la sphère (S) . . . . . ( 0,75 )
- 2. ..
  - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point A et orthogonale au plan (P) . . . . . ( 0,25 )
  - b. Montrer que : la droite  $(\Delta)$  est tangente à la sphère (S) au point C(1,1,0) . . . . . ( 0,75 )
- 3. Montrer que  $\vec{OC} \wedge \vec{OB} = 2\vec{k}$  . . . . . ( 0,75 )

**8. Bac 2017 session de rattrapage**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .  
 on considère la sphère(S) d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$  et le plan(P) d'équation :  $y - z = 0$  .



1. ..

- a. Montrer que la sphère (S) a pour centre le point  $\Omega(1,1,1)$  et pour rayon 2 . ..... ( 0,5 )
- b. Calculer  $d(\Omega, (P))$  et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) ( 0,5 )
- c. Déterminer le centre et le rayon du cercle (C) . ..... ( 0,5 )

2. Soit  $(\Delta)$  la droite passant par le point  $A(1,-2,2)$  et orthogonale au plan (P) .

- a. Montrer que  $\vec{u}(0,1,-1)$  est un vecteur directeur de la droite  $(\Delta)$  . ..... ( 0,25 )
- b. Montrer que :  $\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$  et en déduire que la droite  $(\Delta)$  coupe la sphère (S) en deux points ..... ( 0,75 )
- d. Déterminer les coordonnées de chaque point des deux d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et la sphère (S) . ..... ( 0,5 )

**9. Bac 2018 session normale**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère les points

$A(0,-2,-2)$  et  $B(1,-2,-4)$  et  $C(-3,-1,2)$  .

1. Montrer que :  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  puis en déduire que  $2x + 2y + z + 6 = 0$  est l'équation cartésienne du plan (ABC) . ..... ( 1 )

2. on considère la sphère (S) d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$  .  
on vérifie que la sphère (S) a pour centre le point  $\Omega(1,0,1)$  et pour rayon  $R = 5$  . ..... ( 0,5 )

3. ..

a. Vérifier que :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$  ;  $(t \in \mathbb{R})$  est une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan (ABC) . ..... ( 0,25 )

b. Déterminer les coordonnées du point H l'intersection du plan (ABC) et la droite  $(\Delta)$  . ..... ( 0,5 )

4. Vérifier que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$  et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle et déterminer son centre . ..... ( 0,75 )

**10. Bac 2018 session de rattrapage**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . soit (S) la sphère centre le point  $\Omega(-1,0,3)$  et pour rayon 3 et le plan (P) passant par le point  $A(-1,0,3)$  et dont un vecteur normal est  $\vec{u}(4,0,-3)$  .

1. Montrer que l'équation cartésienne de la sphère (S)  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$  . ..... ( 0,5 )

2. Vérifier que :  $4x - 3z + 13 = 0$  est une équation cartésienne du plan (P) . ..... ( 0,5 )

3. ..

a. Vérifier que :  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases}$  ;  $(t \in \mathbb{R})$  est une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$

passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(P)$  . ..... (0,5)

b. Déterminer les coordonnées du point H l'intersection du plan  $(P)$  et la droite  $(\Delta)$ . ..... (0,5)

c. Calculer  $d(\Omega, (P))$  . ..... (0,25)

d. Montrer que le plan  $(P)$  est tangent à la sphère  $(S)$  en a un point à déterminer . ..... (0,75)

**II. Bac 2019 session normale**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère les points

$A(1, -1, -1)$  et  $B(0, -2, 1)$  et  $C(1, -2, 0)$  .

1. ..

a. Montrer que :  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  . ..... (0,75)

b. En déduire que  $x + y + z + 1 = 0$  est l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$  . ..... (0,5)

2. ..

on considère la sphère  $(S)$  d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 1 = 0$  .

on vérifie que la sphère  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(2, -1, 1)$  et pour rayon  $R = \sqrt{5}$  . ..... (0,75)

3. ..

a. Calculer  $d(\Omega, (ABC))$  . ..... (0,5)

b. En déduire que le plan  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$  . ..... (0,5)

**12. Bac 2019 session de rattrapage**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . on considère les points

$A(1, 2, 2)$  et  $B(3, -1, 6)$  et  $C(1, 1, 3)$  .

1. ..

a. vérifier que :  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$  . ..... (0,75)

b. En déduire que  $x - 2y - 2z + 7 = 0$  est l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$  . ..... (0,5)

2. ..

On considère les points  $E(5, 1, 4)$  et  $F(-1, 1, 12)$  et  $(S)$  l'ensemble des points  $M$  qui vérifie

$\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$  .

montrer que  $(S)$  est un sphère a pour centre le point  $\Omega(2, 1, 8)$  et pour rayon  $R = 5$  . ..... (0,75)

3. ..

a. Calculer  $d(\Omega, (ABC))$  distance du point  $\Omega$  au plan  $(ABC)$  . ..... (0,5)

b. En déduire que le plan  $(ABC)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$  de rayon  $r = 4$ . ... (0,5)