

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

➤ **Expressions analytiques :**

Soient  $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$  et  $\vec{v} = a'\vec{i} + b'\vec{j} + c'\vec{k}$  deux vecteurs

- **Produit scalaire :**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = aa' + bb' + cc'$
- **Norme :**  $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- **Produit vectoriel :**  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} b & b' \\ c & c' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a & a' \\ c & c' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \vec{k}$

➤ **Aire d'un triangle :**

L'aire d'un triangle  $ABC$  est:  $\frac{1}{2} \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|$

➤ **Distances :**

La distance entre deux points  $A$  et  $B$  est :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

La distance du point  $M$  au plan  $P$  d'équation  $ax + by + cz + d = 0$  est:

$$d(M; P) = \frac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

La distance du point  $M$  à la droite  $\Delta$   $A, \vec{u}$  est:  $d(M, \Delta) = \frac{\|\vec{AM} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$

➤ **Equation cartésienne d'un plan :**

$\vec{n} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$  est un vecteur normal au plan  $P \Leftrightarrow P : ax + by + cz + d = 0$

Si  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$  alors les points  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés

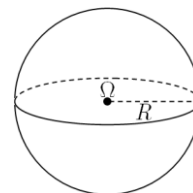
Dans ce cas :  $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$  est un vecteur normal au plan  $ABC$  et l'équation cartésienne du plan  $ABC$  peut être déterminé à l'aide de l'équivalence suivante :

$$M \in ABC \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{AB} \wedge \vec{AC} = 0$$

➤ **Equation cartésienne d'une sphère:**

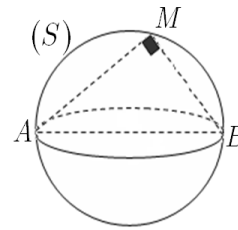
L'équation cartésienne d'une sphère de centre  $\Omega(a, b, c)$  et de rayon  $R$  est :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$



➤ **Ensemble des points  $M$  de l'espace vérifiant :  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$**

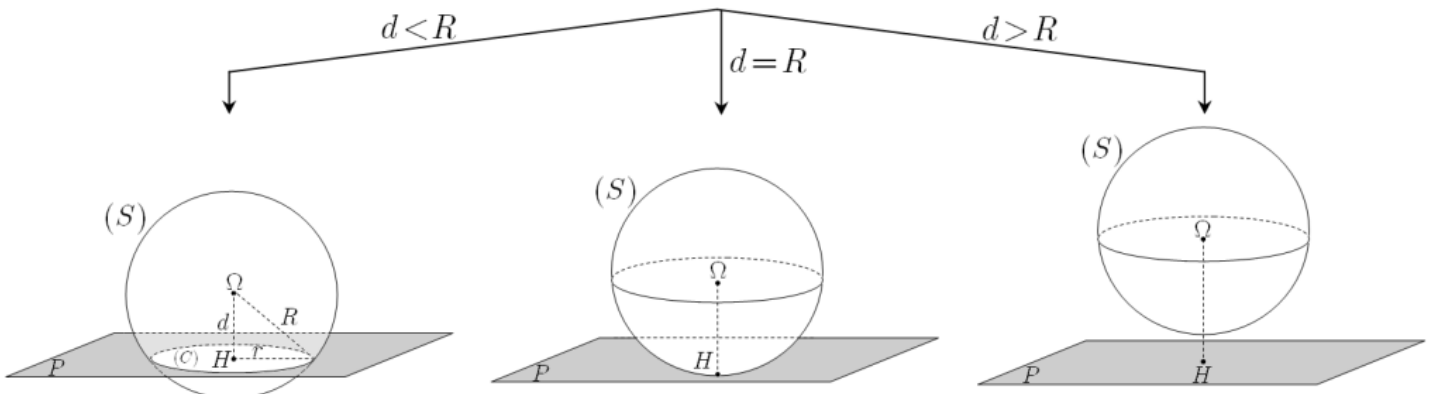
L'ensemble des points de l'espace vérifiant :  
 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$  est la sphère de diamètre  $[AB]$



➤ **Intersection d'une sphère et d'un plan :**

Soit la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R$  et le plan  $P$

Soit  $H$  le projeté orthogonal du centre  $\Omega$  sur le plan  $P$ . On pose :  $d = \Omega H = d_{\Omega; P}$



$P$  coupe  $S$  selon un cercle  $C$   
 de centre  $H$   
 et de rayon :  $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

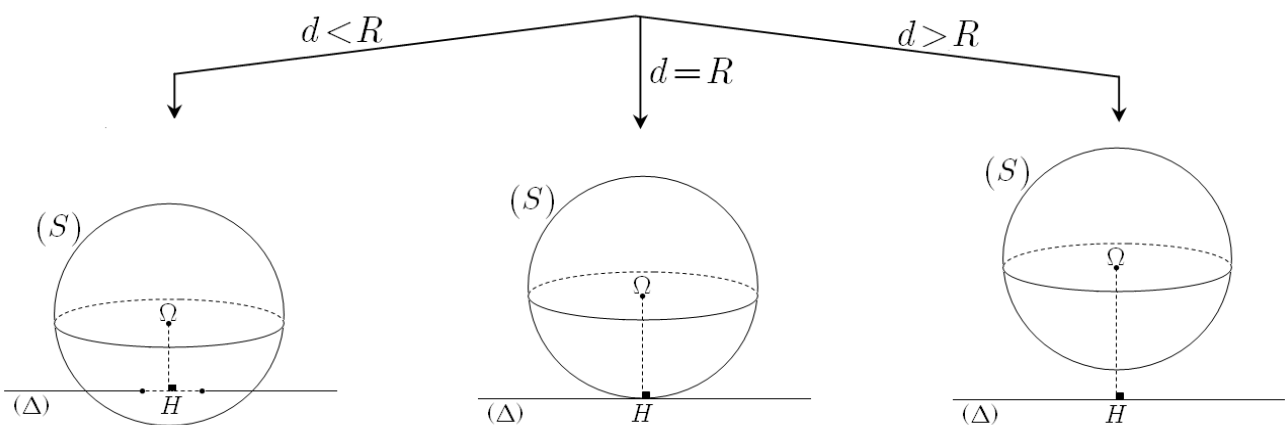
$P$  est tangente à  $S$  en  $H$

$P$  ne coupe pas  $S$

➤ **Intersection d'une sphère et d'une droite :**

Soit la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega$  et de rayon  $R$  et la droite  $\Delta$ .

Soit  $H$  le projeté orthogonal du centre  $\Omega$  sur la droite  $\Delta$ . On pose :  $d = \Omega H = d_{\Omega; \Delta}$



$\Delta$  coupe  $S$  en deux points  
 distincts

$\Delta$  est tangente à  $S$  en  $H$

$\Delta$  ne coupe pas  $S$