

**Terminologie:**

| Terme de probabilité                     | Son sens  |
|--|---|
| Expérience aléatoire                     | Toute expérience qui admet plus d'un résultat   |
| Univers des événements $\Omega$          | L'ensemble des événements possibles pour une expérience aléatoire                         |
| Événement $A$                            | $A$ est une partie de l'univers des événements $\Omega$                                   |
| Événement élémentaire                    | Tout événement contenant un seul élément  |
| Réalisation de l'événement $A \cap B$    | Si $A$ et $B$ sont réalisés simultanément   |
| Réalisation de l'événement $A \cup B$    | Si $A$ et $B$ ou l'un des deux est réalisé  |
| L'événement contraire de $A$             | C'est l'événement $\bar{A}$ ( $A \cap \bar{A} = \emptyset$ et $A \cup \bar{A} = \Omega$ ) |
| $A$ et $B$ deux événements incompatibles | $A \cap B = \emptyset$  |

**Stabilité d'un événement – probabilité d'un événement:**

**Définition:**

Soit  $\Omega$  l'univers des événements d'une expérience aléatoire

- Quand la probabilité d'un événement élémentaire  $\{\omega_i\}$  se stabilise sur une valeur  $p_i$ , on dit que la probabilité de l'événement  $\{\omega_i\}$  est :  $p_i$  et on écrit :  $P(\{\omega_i\}) = p_i$
- La probabilité d'un événement est la somme des probabilités élémentaires qui le compose. C'est-à-dire, si  $A = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \dots; \omega_n\}$  est un événement de l'univers  $\Omega$ , alors la probabilité de l'événement  $A$  est :  $P(A) = P(\{\omega_1\}) + P(\{\omega_2\}) + P(\{\omega_3\}) + \dots + P(\{\omega_n\})$

**Propriétés:**

Soit  $\Omega$  l'univers des événements d'une expérience aléatoire

- $P(\emptyset) = 0$  et  $P(\Omega) = 1$
- $0 \leq P(A) \leq 1$  pour tout événement  $A$  de  $\Omega$
- Probabilité de l'union de deux événements:  
Pour tous événements  $A$  et  $B$  de  $\Omega$   
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
➤ Si  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , on dit que  $A$  et  $B$  sont incompatibles
- Probabilité de l'événement contraire:  
Pour tout événement  $A$  de  $\Omega$  :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

**Hypothèse d'équiprobabilité:**

**Définition:**

Si tous les événements élémentaires, dans une expérience aléatoire dont l'univers des événements est  $\Omega$ , sont équiprobables, alors la probabilité de tout événement  $A$  de  $\Omega$  est :  $P(A) = \frac{\text{Card}A}{\text{Card}\Omega}$

**Probabilité conditionnelle – indépendance de deux événements:**

**Définition:**

Soit  $A$  et  $B$  deux événements liés à une même expérience aléatoire tel que :  $P(A) \neq 0$

La probabilité d'un événement  $B$  sachant que l'événement  $A$  est réalisé est :

$$P_A(B) = P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

**Résultat:**

Pour tous événements  $A$  et  $B$  liés à une même expérience aléatoire tel que :  $P(A) \times P(B) \neq 0$

$$\text{On a : } P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B) \times P\left(\frac{A}{B}\right)$$

**Définition:**

Pour tous événements  $A$  et  $B$  liés à une même expérience aléatoire

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow A \text{ et } B \text{ sont deux événements indépendants}$$

**Propriété:**

Soit  $\Omega$  un univers d'événements d'une expérience aléatoire, et  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  deux sous-univers de  $\Omega$

$$(\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset \text{ et } \Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega)$$

$$\text{Pour tout événement } A \text{ de } \Omega : P(A) = p(\Omega_1) \times p\left(\frac{A}{\Omega_1}\right) + p(\Omega_2) \times p\left(\frac{A}{\Omega_2}\right)$$

**Loi de probabilité d'une variable aléatoire:**

Soit  $X$  une variable aléatoire sur  $\Omega$  univers d'événements d'une expérience aléatoire

Pour déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ , on suit les deux étapes suivantes :

- Détermination de  $X(\Omega) = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n\}$  l'ensemble des valeurs que peut prendre  $X$
- Calcul des probabilités  $p(X = x_i)$  pour tout  $i$  de l'ensemble  $\{1; 2; 3; \dots; n\}$

**L'espérance mathématique - la variance - l'écart type d'une variable aléatoire:**

Soit  $X$  une variable aléatoire dont la loi de probabilité est représentée dans le tableau à côté :

|              |       |       |       |     |       |
|--------------|-------|-------|-------|-----|-------|
| $x_i$        | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | ... | $x_n$ |
| $p(X = x_i)$ | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | ... | $p_n$ |

**Définitions:**

L'espérance mathématique de  $X$

$$E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + x_3 \times p_3 + \dots + x_n \times p_n = \sum_{i=1}^n x_i \times p_i$$

La variance de  $X$

$$v(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \sum_{i=1}^n (x_i)^2 \times p_i - \left[ \sum_{i=1}^n x_i \times p_i \right]^2$$

L'écart type de  $X$

$$\sigma(X) = \sqrt{v(X)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i)^2 \times p_i - \left[ \sum_{i=1}^n x_i \times p_i \right]^2}$$

**La loi binomiale:**

Soit  $p$  la probabilité d'un événement  $A$  dans une expérience aléatoire

On répète cette épreuve  $n$  fois de suite

La variable aléatoire  $X$  qui lie chaque résultat au nombre de fois que cet événement se réalise s'appelle une variable aléatoire binomiale de paramètres  $n$  et  $p$

$$\text{Et on a : } \forall k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; n\} ; p(X = k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$\text{Et } E(X) = n \times p$$

$$\text{Et } v(X) = n \times p \times (1-p)$$