

Généralité sur les suites avec :  $(u_n)_{n \geq n_0}$  est une suite son premier terme est  $u_{n_0}$ 

Notions	Caractères de la suite	Définitions et théorèmes
Majorée minorée bornée	$(u_n)_{n \geq n_0}$ majorée	$\forall n \geq n_0; u_n \leq M$ ( ou $\forall n \geq n_0; u_n < M$ )
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ minorée	$\forall n \geq n_0; m \leq u_n$ ( ou $\forall n \geq n_0; m < u_n$ )
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ bornée	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est majorée et bornée ( ou $\exists A \in \mathbb{R}^+; \forall n \geq n_0;  u_n  \leq A$ ou $( < A )$ )
Monotonie	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est croissante	$\forall n \geq n_0 ; u_n \leq u_{n+1}$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est décroissante	$\forall n \geq n_0 ; u_n \geq u_{n+1}$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est constante	$\forall n \geq n_0 ; u_{n+1} = u_n$
	$(u_n)_{n \geq n_0}$ est périodique de période $T \in \mathbb{N}^*$	$\forall n \geq n_0 ; u_{n+T} = u_n$
Suite arithmétique	$(u_n)_{n \geq n_0}$ sa raison $r \neq 0$ et son premier terme $u_{n_0}$	$\forall n \geq n_0 : u_{n+1} - u_n = r$
	Terme général	$\forall n \geq n_0 : u_n = u_{n_0} + (n - n_0)r$ . ( c.à.d. $u_n$ en fonction de $n$ )
	Propriété caractéristique	$\forall p \geq n_0 ; \forall q \geq n_0 ; u_q = u_p + (q - p)r$ ( avec $q$ et $p$ de $\mathbb{N}$ )
	La somme $S_n$	$S_n = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n = \left[ \frac{u_n + u_p}{2} \right] \times (n - p + 1)$ $S_n = \frac{(\text{le premier terme}) + (\text{le dernier terme})}{2} \times (\text{nbre des termes})$
	Moyenne arithmétique	$u_i = a$ et $u_{i+1} = b$ et $u_{i+2} = c$ trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $r$ on a : $a + b = 2c$
Suite géométrique	$(u_n)_{n \geq n_0}$ sa raison $q \neq 0$ et son 1 <sup>er</sup> terme $u_{n_0}$	$\forall n \geq n_0 : u_{n+1} = q \times u_n$
	Terme général	$\forall n \geq n_0 : u_n = u_{n_0} \times q^{(n - n_0)}$ ( c.à.d. $u_n$ en fonction de $n$ )
	Propriété caractéristique	$\forall p \geq n_0 ; \forall q \geq n_0 : u_q = u_p \times q^{q - p}$ ( avec $q$ et $p$ de $\mathbb{N}$ )
	La somme $S_n$	$q \neq 1 : S = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \dots + u_n = \left[ \frac{q^{(n-p+1)} - 1}{q - 1} \right] \times u_p$ $q = 1 : S = \sum_{i=p}^{i=n} u_i = u_p (n - p + 1)$
	Moyenne géométrique	$u_i = a$ et $u_{i+1} = b$ et $u_{i+2} = c$ trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q$ on a : $a \times c = b^2$

Limite d'une suite	
<b>Limite Définition</b>	On dit que la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est le réel $l$ si pour tout intervalle ouvert $I$ de centre $l$ il existe un rang $p$ tel que $\forall n \geq p$ on a $u_n \in I$ on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ .
<b>propriétés</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Si la suite <math>(u_n)_{n \geq n_0}</math> a une limite alors cette limite est unique.</li> <li><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^i} = 0</math> avec <math>(i \in \mathbb{N}^*)</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0</math></li> <li><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - l) = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l</math>.</li> <li><math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} n^i = +\infty</math> avec <math>(i \in \mathbb{N}^*)</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty</math>.</li> <li>Les propriétés des limites des fonctions restent valable pour les limites des suites. <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Exemple 1 : si <math>(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l')</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + v_n = l + l'</math>.</li> <li>❖ Exemple 1 : si <math>(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty)</math> alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \times v_n = -\infty</math></li> </ul> </li> </ul>
<b>convergence d'une suite</b>	Si la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est finie (c.à.d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ ) on dit que la suite est convergente
	Si la limite de la suite $(u_n)_{n \geq n_0}$ est infinie (c.à.d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$ ) ou $(u_n)_{n \geq n_0}$ n'a pas de limite on dit que la suite est divergente <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Toute suite croissante et majorée est convergente. (càd la limite de la suite est fini)</li> <li>❖ Toute suite décroissante et minorée est convergente.</li> </ul>
<b>Les critères de convergence</b>	$(u_n)_{n \geq n_0}$ et $(v_n)_{n \geq n_0}$ et $(w_n)_{n \geq n_0}$ trois suites tel que $\forall n \in \mathbb{N} ; n \geq p$ $p$ entier donné on a : <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Critère 1 : si <math>(v_n \leq u_n \leq w_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l</math>) alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l</math>. (<math>l \in \mathbb{R}</math>)</li> <li>❖ Critère 2 : si <math>(v_n \geq \alpha \cdot u_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty</math>) alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty</math>. (avec <math>\alpha &gt; 0</math>)</li> <li>❖ Critère 3 : si <math>(v_n \leq \alpha \cdot u_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty</math>) alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty</math>. (avec <math>\alpha &gt; 0</math>)</li> <li>❖ Critère 4 : si <math>( v_n - l  \leq \alpha \cdot u_n</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0</math>) alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l</math>. (avec <math>\alpha &gt; 0</math>)</li> </ul>
Limites des suites particulières	
$u_n = q^n$	❖ Si $q > 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ .
	❖ Si $-1 < q < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ .
	❖ Si $q = 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$ .
	❖ Si $q \leq -1$ alors $q^n$ n' a pas de limite.
$u_n = n^r$	Si $r > 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = +\infty$ .
	Si $r < 0$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^r = 0$ .
$v_n = f(u_n)$	$f$ est une fonction continue en $l$ et $(u_n)_{n \geq n_0}$ est une suite tel que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ ( $l \in \mathbb{R}$ ) alors : la suite $(v_n)_{n \geq n_0}$ définie par $v_n = f(u_n)$ est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = f(l)$ .
$u_{n+1} = f(u_n)$	$f$ est une fonction et $(u_n)_{n \geq n_0}$ est une suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ . <b>si on a :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> est une fonction continue sur un intervalle <math>I</math>.</li> <li><math>f(I) \subset I</math>.</li> <li><math>u_{n_0} \in I</math>.</li> <li>La suite <math>(u_n)_{n \geq n_0}</math> est convergente vers <math>l</math>. (<math>l \in \mathbb{R}</math>).</li> </ul> Alors $l$ est solution de l'équation : $x \in I / f(x) = x$ (c.à.d. $l$ vérifie $l = f(l)$ )