


1. Suite Majorée – Suite minorée

Suite majorée par M	$(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \leq M$
Suite minorée par m	$(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq m$
Suite bornée	$(\forall n \in \mathbb{N}) : m \leq U_n \leq M$

Pour démontrer qu'une suite est majorée ou minorée, on utilise le principe de récurrence

Principe de récurrence

Question	Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq \alpha$ ou $U_n \leq \alpha$	
Étape 1	Pour $n = 0$ On vérifie la condition pour $n = 0$	
Étape 2	Supposons que : $U_n \geq \alpha$ ou $U_n \leq \alpha$ $n \in \mathbb{N}$ Montrons que $U_{n+1} \geq \alpha$ ou $U_{n+1} \leq \alpha$	
	Si $U_{n+1} = aU_n + b$ L'encadrement est suffisant On utilise la supposition : $U_n \geq \alpha$ ou $U_n \leq \alpha$ Puis on encadre En arrivant à $U_{n+1} \geq \alpha$ ou $U_{n+1} \leq \alpha$	Si $U_{n+1} = \frac{aU_n + b}{cU_n + d}$ On calcule la différence $U_{n+1} - \alpha$ On encadre le résultat de la différence En arrivant à $U_{n+1} - \alpha \geq 0$ ou $U_{n+1} - \alpha \leq 0$ Puis : $U_{n+1} \geq \alpha$ ou $U_{n+1} \leq \alpha$
	Étape 3	D'après le principe de récurrence on a $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \geq \alpha$ ou $U_n \leq \alpha$

2. Monotonie d'une suite

Relation générale :	Étude de signe de $U_{n+1} - U_n$
Si $U_{n+1} - U_n \geq 0$ alors (U_n) est croissante Si $U_{n+1} - U_n \leq 0$ alors (U_n) est décroissante	<ul style="list-style-type: none"> Encadrement Identités remarquables E-S-T
Propriété :	Résultat
Si $U_n > 0$ et : $\frac{U_{n+1}}{U_n} \geq 1$ alors (U_n) est croissante $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq 1$ alors (U_n) est décroissante	Si (U_n) est croissante alors elle est minorée par U_p Si (U_n) est décroissante alors elle est majorée par U_p

3. Suite Arithmétique – Suite géométrique :

	\otimes Suite géométrique	\oplus Suite arithmétique
Définition	$V_{n+1} = q \times V_n$	$V_{n+1} = V_n + r$
Question	Montrer que (V_n) est une suite géométrique	Montrer que (V_n) est une suite arithmétique
Réponse	1. Déterminons V_{n+1} 2. Remarquer que $V_{n+1} = \text{nombre} \times V_n$ Nombre : q	1. Déterminons V_{n+1} 2. Calculons $V_{n+1} - V_n = \dots = \text{nombre}$. Nombre obtenue : r
Question	Écrire V_n en fonction de n	Écrire V_n en fonction de n
Réponse (Terme générale)	$V_n = V_p \times q^{n-p}$	$V_n = V_p + r(n-p)$

Somme	$S_n = V_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$	$S_n = \frac{(n - p + 1)(V_p + V_n)}{2}$
<i>a et b et c trois termes consécutifs</i>	Alors : $b^2 = a \times c$	Alors : $2b = a + c$

Suite en fonction de n

V_n géométrique	V_n arithmétique	U_n ni géo, ni arithmétiques
On utilise le terme générale $V_n = V_p \times q^{n-p}$	On utilise le terme générale $V_n = V_p + r(n - p)$	→ Chercher V_n en fonction de U_n → Écrire (ou définir) U_n en fonction de V_n → Remplacer V_n par son terme générale

4. LIMITE ET CONVERGENCE DUNE SUITE

Calcul de limites		Convergence	
Usuels	Limite de type $\lim_{n \rightarrow +\infty} (q)^n$		
$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$ D'une façon générale : $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$ si $\alpha > 0$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$ si $\alpha < 0$	Si $-1 < q < 1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (q)^n = 0$	Si $q > 1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (q)^n = +\infty$	Définition Une suite (U_n) est convergente si elle admet une limite finie $(\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l \in \mathbb{R})$ Une suite (U_n) est dite divergente Si : Elle n'admet pas de limite OU $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \infty$
	Si $q = 1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (q)^n = 1$	Si $q \leq -1$ Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (q)^n$ n'admet pas de limite	Propriété Si U_n est croissante est majoré Ou U_n est décroissante et minoré

Critères de convergences

Critère 1 (Théorème des gendarmes)	Critère 2
Soient U_n et V_n et W_n trois suites Tel que : $V_n \leq U_n \leq W_n$ avec $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = L$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = L$ Alors on aura : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = L$	Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $ U_n - L \leq V_n$ avec $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$ Alors on aura : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = L$
Critère 3	Critère 4
Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $V_n \leq U_n$ Avec $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$ Alors on aura : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$	Soient U_n et V_n deux suites Tel que : $U_n \leq V_n$ Avec $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty$ Alors on aura : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$

Suite lié à une fonction

Suite de type $U_{n+1} = f(U_n)$		Suite de type $V_n = f(U_n)$	
Si : $U_p \in I$ $U_{n+1} = f(U_n)$ (U_n) convergente f continue sur I $f(I) \subset I$	Alors : $\lim U_n \Leftrightarrow f(x) = x$ Limite = solution de l'équation	Si f est continue en a ($a \in \mathbb{R}$) Et (U_n) converge vers a alors	$\lim V_n = f(a)$