

درس الأعداد العقدية الجزء الأول:

- الكتابة $z = x + iy$ حيث x و y عدنان حقيقيان تسمى الشكل الجبري للعدد العقدي z .
- العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد z , ويرمز له بالرمز $\text{Re}(z)$.
- العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد z , ويرمز له ب: $\text{Im}(z)$.
- $\text{Im}(z) = \text{Im}(z')$ و $\text{Re}(z) = \text{Re}(z')$ $\Leftrightarrow z = z'$.
- z عدد حقيقي إذا فقط إذا فقط كان: $\bar{z} = z$.
- z عدد تخيلي صرف إذا فقط إذا كان: $\bar{z} = -z$.
- لخط المتجهة \overline{AB} هو العدد العقدي $z_B - z_A$ ونكتب $z_{\overline{AB}} = z_B - z_A$.
- لخط النقطة I منتصف $[AB]$ هو العدد العقدي $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.
- تكون A و B و C نقاطا مستقيمية إذا فقط إذا كان: $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ عددا حقيقيا.
- العدد العقدي $x - iy$ يسمى مرافق العدد العقدي $z = x + iy$ ونرمز له ب \bar{z} .
- ليكن z و z' عددين عقديين و n عددا صحيحا نسبيا لدينا:
 $\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)} = \frac{\bar{z}'}{\bar{z}}$ و $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$, $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$, $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$
 $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$
- معيار $z = x + iy$ حيث x و y عدنان حقيقيان هو العدد
الوجب: $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$
- لتكن A و B نقطتين من المستوى العقدي, لحقهما على التوالي z_A و z_B لدينا:
 $\|\overline{AB}\| = AB = |z_B - z_A|$
- $|z \times z'| = |z| \times |z'|$ و $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ و $|\bar{z}| = |-z| = |z|$.
- إذا كان $z \neq 0$ فان: $\left|\frac{z'}{z}\right| = \frac{|z'|}{|z|}$ و $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$.
- إذا كان $z \neq 0$ فان لكل عدد صحيح نسبي n : $|z^n| = |z|^n$.
- و $\left|\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right| = \frac{AB}{AC}$
- و نرمز ل عمدة العدد العقدي z ب $\arg z$ ولدينا:
 $\arg z \equiv \overline{(\bar{u}; OM)} [2\pi]$
- ليكن z عددا عقديا غير منعدم, لدينا:
 $z \in \mathbb{R}^{**} \Leftrightarrow \arg z \equiv 0 [2\pi]$
 $z \in \mathbb{R}^{*-} \Leftrightarrow \arg z \equiv \pi [2\pi]$
- $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \arg z = k\pi$ أو $z = 0$
- عمدة عدد تخيلي صرف: ليكن y عددا حقيقيا غير منعدم, لدينا:
 $\arg(iy) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ إذا كان $y > 0$ فان:
 $\arg(iy) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ إذا كان $y < 0$ فان:
ليكن z عددا عقديا غير منعدم, لدينا:
- $\arg(-z) \equiv \pi + \arg z [2\pi]$ و $\arg \bar{z} \equiv -\arg z [2\pi]$
- الكتابة $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ حيث $r = |z|$ و $\theta \equiv \arg z [2\pi]$ تسمى شكلا مثلثيا للعدد العقدي z .
- ليكن z و z' عددين عقديين غير منعدمين, لدينا:
 $\arg\left(\frac{1}{z}\right) \equiv -\arg z [2\pi]$ (2) $\arg(z \times z') \equiv \arg z + \arg z' [2\pi]$ (1)
 $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) \equiv \arg z - \arg z' [2\pi]$ (3)
 $\arg(z^n) \equiv n \arg z [2\pi]$ لكل $n \in \mathbb{Z}$ (4)
- ليكن z و z' عددين عقديين غير منعدمين, بحيث:
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ و $z' = r'(\cos \theta' + i \sin \theta')$ مع $r > 0$ و $r' > 0$ لدينا:
 $\bar{z} = r(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$ و $-z = r(\cos(\theta + \pi) + i \sin(\theta + \pi))$
 $z \times z' = rr'(\cos(\theta + \theta') + i \sin(\theta + \theta'))$
 $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}(\cos(\theta - \theta') + i \sin(\theta - \theta'))$ و $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}(\cos(-\theta) + i \sin(-\theta))$
- لتكن A و B و C و D نقاطا من المستوى العقدي مثلي مثلي, ألقاها على التوالي z_A و z_B و z_C و z_D , لدينا:
 $\overline{(\overline{AB}; \overline{AC})} \equiv \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) [2\pi]$ و $\overline{(\bar{u}; \overline{AB})} \equiv \arg(z_A - z_B) [2\pi]$
- $\overline{(\overline{AB}; \overline{CD})} \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) [2\pi]$
- تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا فقط إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) \equiv \pi [2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) \equiv 0 [2\pi]$.
- يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv \pi [2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv 0 [2\pi]$
- يكون المستقيمان (AB) و (CD) متعامدين إذا كان:
 $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ أو $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$
- التمثيل العقدي للإزاحة و التحاكي و الدوران
- لتكن $M(z)$ و $M'(z')$ نقطتين من المستوى العقدي
- التمثيل العقدي للإزاحة: لتكن $t_{\bar{u}}$ الإزاحة ذات المتجهة \bar{u}
- $t_{\bar{u}}(M) = M'$ حيث $z' = z + a$ $\Leftrightarrow z_{\bar{u}} = a$ هو لخط المتجهة \bar{u}
- التمثيل العقدي للتحاكي: لتكن $h(\Omega; k)$ التحاكي الذي مركزه $\Omega(z_\Omega)$ ونسبته k :
 $z' - z_\Omega = k(z - z_\Omega) \Leftrightarrow h(M) = M'$
- التمثيل العقدي للدوران: ليكن $R(\Omega; \alpha)$ الدوران مركزه $\Omega(z_\Omega)$ وزاويته α :
 $z' - z_\Omega = e^{i\alpha}(z - z_\Omega) \Leftrightarrow R(M) = M'$