تمارين : الأعداد العقدية الجزء (1)

.01

أكتب z على شكل $a+bi$ مع a و b من $\mathbb{R}$ حيث: $z=2+6i-(-5+7i)$ ؛ $z=(1-2i)(2-5i)$ ؛ $z=(1+3i)^2(-5+7i)$

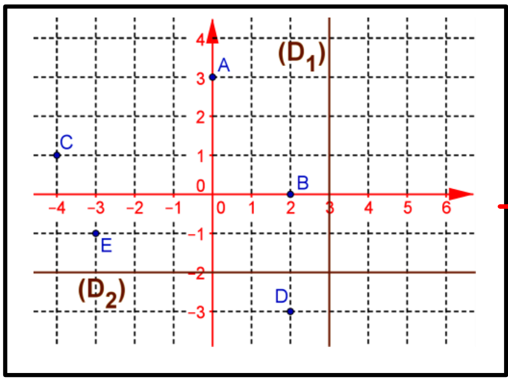
$z=2i\overline{(1-2i)}(1-2i)$ ؛ $3i-\frac{7}{i}$ ؛ $z=\frac{8}{2-3i}$ ؛ $z=\frac{1}{2-7i}+\frac{1}{2+7i}$ ؛ $z=\frac{8i-1}{2-3i}$ ؛ $z=\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$ ؛

.02

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم لحق النقطة M هو العدد العقدي $z=x+yi$ مع x و y من $\mathbb{R}$ نربط كل عدد عقدي z (حيث $z\neq -i$) بالعدد العقدي $f(z)=\frac{z-2-i}{z+i}$

.01 حدد : $\Re e(Z)$ و $Im(z)$.

.02 حدد مجموعة النقط M من المستوى حيث يكون : أ_ Z عددا حقيقيا . ب -- Z عددا تخيليا صرفا . ج- $|Z|=\sqrt{2}$.



.03

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

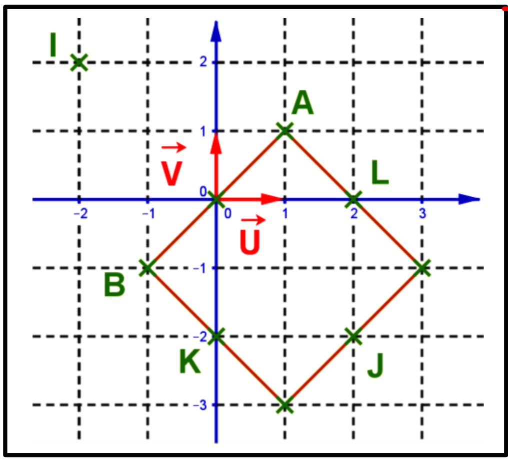
.01 أعط ألحاق النقط A و B و C و D و E .

.02 أنشئ النقط A' و B' و C' و D' التي ألحاقها 3 و $-2-2i$ و $-2i$ و $1-i$.

.03 في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

حدد مبيانيا معيار وعمدة للحق كل نقطة من النقط التالية

: A و B و I و J و K و L .



.04

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(0,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط حيث :

.01 $A_{(z_A=1+i\sqrt{3})}$ و $B_{(z_B=-1-i)}$ و $C_{(z_C=3+2i)}$. حدد طبيعة المثلث ABC .

.02 $A_{(z_A=-2+i)}$ و $B_{(z_B=4i)}$ و $C_{\left(z_C=\frac{7}{2}+2i\right)}$ و $D_{\left(z_C=\frac{3}{2}-i\right)}$ حدد طبيعة الرباعي $ABCD$

.03 النقط A B و C ألحاقها $3-2i$; -1 ; $2+i$ على التوالي .

أ- أنشئ النقط : A B و C في المستوى العقدي. ب - بين أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية .

.05

أحسب معيار الأعداد: 3 ; -2 ; $5i$; $-3i$; $2-i$; $\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$; $1-i\sqrt{3}$ ؛ $1+i$ ؛ $1-i$; $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ؛ $(1+i\sqrt{3})(\sqrt{3}-i)$

06.

حدد الشكل المثلثي للأعداد العقدية التالية:

1) $z_2 = 1+i\sqrt{3}$; $z_1 = 1+i$; $z_3 = 1-i\sqrt{3}$; $z_4 = 1-i$ ؛ $z_5 = 7+7i$; $z_6 = -8-8\sqrt{3}i$ $z_7 = 3-3i$.

2) $z_8 = \dfrac{4}{1+i\sqrt{3}}$; $z_9 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$ ثم استنتج $\cos\dfrac{\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12}$

07.

حدد المعيار و عمدة و الشكل المثلثي و الشكل الأسي لكل عدد عقدي من بين الأعداد العقدية التالية "

أ - $z_1 = \sqrt{6}-i\sqrt{2}$. ب - $z_2 = -\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$. ج - $z_1 = -\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. د - $z_1 z_2$. ه - $z_1 z_3$. و - $(z_2)^2$.

حدد معيار و عمدة الأعداد العقدية التالية : $z_1 = 3-3i$ ؛ $z_2 = 1+i\sqrt{3}$ ؛ $z_1 z_2$ ؛ $\dfrac{z_1}{z_2}$ ؛ $z_2^{\,3}$. $z_3 = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{12} - i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$ ؛

$z_4 = 2\left(\sin\dfrac{\pi}{12} + i\cos\dfrac{\pi}{12}\right)$. $z_5 = -2e^{i\frac{5\pi}{4}}$ ؛ $z_6 = \dfrac{2i}{1-i}$.

أعط إخطاط ل أ - $\cos^3 x$. ب - $\sin^4 x$.

08.

01. حدد الشكل المثلثي للأعداد العقدية التالية: $z_1 = \dfrac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$; $z_2 = 1-i$; $Z = \dfrac{z_2}{z_1}$.

02. أ - أعط الشكل الجبري ل: Z . ب - استنتج قيمة كل من : $\cos\dfrac{\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

09.

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة 2 cm) نعتبر النقط $A_{(z_A=2)}$ و $B_{(z_B=1+i\sqrt{3})}$ و $C_{(z_C=1-i\sqrt{3})}$

01. أعط الشكل المثلثي و الشكل الأسي z_B ثم ل z_C .

02. أ - أنشئ النقط A و B و C . ب- حدد طبيعة الرباعي OBAC .

03. حدد ثم أنشئ (Δ) المجموعة النقط M_z من المستوى العقدي حيث : $|z| = |z-2|$.

04. x و y من $\mathbb{R}$ لكل النقطة M لحقها العدد العقدي $z = x+yi$ (مع $z \neq z_A$) نربط ها بالنقطة 'M التي لحقها 'z حيث $z' = f(z) = \dfrac{-4}{z-2}$. أ- حل المعادلة : $f(z) = z$. ب - استنتج النقطتين التي تربط B و C .

ج- لتكن G مركز ثقل المثلث OAB نربطها ب 'G حدد ثم أنشئ النقطة 'G .

05. أ- بين أن : $|z'-2| = \dfrac{2|z|}{|z-2|}$. ب- نفترض أن : النقطة M تنتمي ل (Δ) نربطها بالنقطة 'M . بين أن 'M تنتمي لدائرة يتم تحديد مركزها و شعاعها .