تمارين أعداد عقدية من موضوعات وطنية

التمرين الأول *bac2008 الدورة الاستدراكية*

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$

نعتبر في المستوى العقدي النقطتين A و B و اللتي لحقيهما على التوالي $a=4+i$ و $b=8+3i$

2) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω التي لحقها $\omega=1+2i$ وزاويته $\frac{3\pi}{2}$

ا) بين أن $z'=-iz-1+3i$

ب) تحقق أن لحق النقطة C صورة A بالدوران R هو $c=-i$

ج) بين أن $b-c=2(a-c)$ ثم بين أن النقط A و B و C نقط مستقيمية

التمرين الثاني *bac2009 الدورة العادية*

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a=2-2i$ و $b=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$

1) اكتب على الشكل المثلثي كل من a و b

2) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$

ا) بين أن $z'=bz$

ب) تحقق ا ن C هي صورة A بالدوران R

ج) بين أن $\arg(c)=\arg(a)-\arg(b)$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي C .

التمرين الثالث *bac2009 الدورة الاستدراكية*

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر النقط A و B و C و D اللتي الحاقها على التوالي هي :

$a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$

ا) احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و D و C مستقيمية

ب) بين أن $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$

3) اكتب على الشكل المثلثي العدد $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD})$ وان $PA=\sqrt{2}PD$

التمرين الرابع *bac2010 الدورة العادية*

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $z^2-6z+34=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي هي :

$a=3+5i$ $b=3-5i$ و $c=7+3i$

3) ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالازاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ اللتي لحقها $u=4-2i$

ا) بين أن $z'=z+4-2i$ ثم تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالازاحة T

ب) بين أن $\frac{b-c}{a-c}=2i$

ج) استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وان $BC=2AC$

التمرين الخامس bac2010 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ $c=2(4\sqrt{3}+4i)$ و نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$

و ليكن z لحق النقطة M من المستوى العقدي و z' لحق M' صورة M بالدوران R

أ) بين أن $z'=\left(\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$ ثم تحقق أن النقطة B هي صورة A بالدوران R

ب) بين أن $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتبه على الشكل المثلثي استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

التمرين السادس bac2011 الدورة العادية

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$

2) نعتبر النقط A و B و C اللتي الحاقها على التوالي $a=9+i$ $b=9-i$ و $c=11-i$

ا) بين أن $\frac{c-b}{a-b}=-i$ ثم استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية

ب) أعط الشكل المثلثي للعدد $4(1-i)$

ج) بين أن $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثم $AC\times BC=4\sqrt{2}$

3) نعتبر الدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$

أ) بين أن التمثيل العقدي للدوران R هو $z'=-iz+10+8i$

ب) تحقق أن لحق النقطة C' صورة C بالدوران R هو $9-3i$

التمرين السابع

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2-2\left(\sqrt{2}+1\right)Z+4+2\sqrt{2}=0$

2) نعتبر العدد العقدي $Z=\left(\sqrt{2}+1\right)+i$ و نضع $\theta\equiv\arg(Z)\ [2\pi]$ حيث $\theta\in\ ]-\pi,\pi]$

تحقق أن $\theta\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ و أحسب $|Z|$

3) بين أن $Z^2=2\left(1+\sqrt{2}\right)(1+i)$

4) أ) حدد الشكل المثلثي للعدد $a=1+i$ و استنتج أن $\theta=\frac{\pi}{8}$

ب) استنتج مما سبق $\sin\frac{\pi}{8}$; $\cos\frac{\pi}{8}$