

الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

سلسلة رقم 8: الدوال الأسية  
المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة  
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3x} \quad (9) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{x^2} \quad (8) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - e^x \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3x}{x^3} \quad (11) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 - e^x \quad (10)$$

$$(14) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x} \quad (13) \quad (2x = X \text{ ضع}) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x^3 + x + 1}$$

تطبيق الخاصية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0^-$

$$(17) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 4x^3) e^x \quad (16) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - 1) e^x \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x) e^{2x} \quad (18) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{تطبيق الخاصية:}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \quad (20) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} \quad (19)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{x} \quad (23) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x} \quad (22) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{1-x} - 1}{x-1} \quad (21)$$

(استعمال المشتقة)

**تمرين 9:** أحسب مشتقة الدالة  $f: x \mapsto e^{x^2-x}$

**تمرين 10:** أحسب  $f'(x)$  في الحالات الآتية:

$$f(x) = e^{3x} + e^x \quad (1)$$

$$f(x) = x^2 e^{-x} \quad (3) \quad f(x) = 2x - e^{-x} \quad (2)$$

$$f(x) = (2x - 1)(e^x - 1) \quad (4)$$

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^x} \quad (6) \quad f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}} \quad (5)$$

$$f(x) = e^{x \ln x} \quad (7)$$

$$f(x) = \frac{2}{(x-1)^2} e^{\frac{x+1}{x-1}} \quad (9) \quad f(x) = (e^x - 4)\sqrt{e^x - 1} \quad (8)$$

**تمرين 11:** حدد دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $I$

$$I = \mathbb{R}; f(x) = 2e^{3x} - e^{-x} \quad .1$$

$$I = ]0; +\infty[; f(x) = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} - 1)^2} \quad .2$$

$$I = \mathbb{R}; f(x) = e^x (e^x - 1)^3 \quad .3$$

**تمرين 1:** ليكن  $a$  عددا حقيقيا, و  $b$  عددا من  $\mathbb{R}^{*+}$  بسط ما يلي :

$$B = \frac{(e^a)^5 \times e^{3-a}}{\left( e^{1+\frac{3}{2}a} \right)^2} \quad \text{و} \quad A = e^{\ln(b)} - \ln(2e^b) - \ln\left(\frac{e}{2}\right)$$

نضع:  $f(x) = e^x - 2e^{\frac{x}{2}}$  أحسب  $f(2 \ln 3)$

**تمرين 2:** بسط ما يلي:  $A = e^{-x} \times e^{2x}$

$$C = \sqrt{e^{2x}} \times e^{-x} \quad B = (e^{2-x})^2 \times e^{3x-4}$$

$$E = e^{2x} \left( (e^x + e^{-x})^2 + (e^x - e^{-x})^2 \right), \quad D = \frac{e^{2x} \times e^{3x}}{(e^x)^4}$$

**تمرين 3:** حدد مجموعة تعريف الدوال المعرفة كالتالي :

$$g(x) = \frac{3x-1}{(e^x)^2 - 1} \quad \text{و} \quad f(x) = e^{\frac{3x-1}{x^2-2x}}$$

**تمرين 4:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$e^{2x} - 5e^x + 6 = 0 \quad (3) \quad \frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}} = e^{x-1} \quad (2) \quad e^{1-x} \times e^{2x} = e \quad (1)$$

**تمرين 5:** حل في  $\mathbb{R}$  المترجمات التالية:

$$\frac{1}{e^{x+1}} \geq e^{1-x^2} \quad (2) \quad e^{-3-x} \times e^{1+2x} > \frac{1}{e^x} \quad (1)$$

**تمرين 6:** حل في  $\mathbb{R}^2$  النظم التالية:

$$(S_2) \begin{cases} e^x e^y = 10 \\ \frac{e^x}{e^y} = \frac{2}{5} \end{cases} \quad (2) \quad (S_1) \begin{cases} 2e^x + 3e^y = 8 \\ e^x + e^y = 3 \end{cases} \quad (1)$$

**تمرين 7:** أحسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1)e^x$  (1)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3x}{x^3} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 3}{x} \quad (2)$$

**تمرين 8:** أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+ \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad \text{تطبيق الخاصية:}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x+1} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+1} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 1}{e^x + 2} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1}{e^{x^2+5}} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + e^{-x} \quad (4)$$

تطبيق الخاصية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$$I = [0; \pi]; f(x) = \sin x e^{\cos x} \quad 4$$

$$I = ]0; +\infty[ f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x} \quad 5$$

**تمرين 12:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  
 $f(x) = e^{2x} - 2e^x$

1. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أعط جدول تغيراتها
2. حدد دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$

**تمرين 13:** أحسب  $f'(x)$  في الحالات الآتية على المجال  $I$

$$1. f(x) = e^{x^2-3x}, I = \mathbb{R}$$

$$2. f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}; I = ]0; +\infty[$$

$$3. f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}; I = \mathbb{R}$$

**تمرين 14:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات و المترجمات الآتية:

$$1) 5 \times 2^x + 2^{x+1} - 336 = 0 \quad (3) \quad 3^x = 12 \quad (2) \quad 2^{x+1} = 8^x$$

$$(4) \quad (0,5)^{2x} \geq (0,5)^{x+1} \quad (5) \quad 2^{x-1} > 4^x$$

**تمرين 15:** حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة الآتية:  $100^x + 40 = 14 \times 10^x$

**تمرين 16:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي:

$$f(x) = (x-1)e^x$$

1. حدد  $D_f$  وأحسب النهايات عند محددات  $D_f$
2. أحسب  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$
3. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$
4. أدرس تقعر  $(C)$
5. أنشئ المنحنى  $(C)$

**تمرين 17:** المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$f(x) = x - 1 + \frac{3}{e^x + 1}$$

1. حدد  $D_f$  وأحسب النهايات عند محددات  $D_f$
2. حدد تغيرات  $f$  وأعط جدول التغيرات
3. تحقق من أن:  $(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = x + 2 - \frac{3e^x}{e^x + 1}$
4. حدد معادلة المقاربين المائلين لمنحنى  $f$  (مع تحديد الوضع النسبي)

**تمرين 18:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:

$$f(x) = (e^x - 4)\sqrt{e^x - 1}$$

1. أحسب النهاية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
2. بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$ :  $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x - 4}{\sqrt{e^x - 1}} \cdot \frac{e^x - 1}{x}$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في النقطة 0 ثم أعط تاويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها
4. بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$ :  $f'(x) = \frac{3e^x(e^x - 2)}{2\sqrt{e^x - 1}}$

5. أدرس إشارة  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

6. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$

7. أحسب  $f(2 \ln 2)$  ثم أنشئ المنحنى  $(C)$

**تمرين 19:** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$$

1. حدد  $D_f$  وأحسب النهايات عند محددات  $D_f$
2. أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أعط جدول تغيراتها
3. بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  يجب تحديده
4. حدد  $f^{-1}(x)$   $\forall x \in J$

**تمرين 20:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$f(x) = 1 - \ln(1 + e^{-x})$$

ليكن  $(C)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم

$$\|\vec{i}\| = 2cm \quad (O; \vec{i}, \vec{j})$$

1) أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ . ما هو التأويل الهندسي

للنتيجة المحصل عنها؟

$$b. \text{ بين أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

2) أ. بين أن  $f(x) = x + 1 - \ln(1 + e^x)$   $\forall x \in \mathbb{R}$ .

b. استنتج أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  مقارب مائل بجوار  $-\infty$ .

c. حدد الوضع النسبي للمنحنيين  $(C)$  و  $(D)$ .

$$3) \text{ أ. بين أن } f'(x) = \frac{1}{1 + e^x} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

b. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

c. ادرس تقعر المنحنى  $(C)$ .

d. بين أن المنحنى  $(C)$  يقطع محور الأفاصل في نقطة

ينبغي تحديد أفصولها  $x_0$ .

4) أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

5) أ. بين أن  $f$  تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده.

b. أحسب  $f^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$ .

**تمرين 21:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$f(x) = 3 - \ln(1 + e^{-x})$$

ليكن  $(C)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم

$$\|\vec{i}\| = 2cm \quad (O; \vec{i}, \vec{j})$$

1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ما هو التأويل الهندسي

للنتائج المحصل عنها؟

6. أنشئ (C)

**تمرين 24:** المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  بحيث :  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$  وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كالتالي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} e^{x-1}; x < 1; x \neq 0 \\ f(x) = 1 - (\ln x)^3; x \geq 1 \end{cases}$$

(1) بين أن f متصلة في 1

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

(3) أدرس الفروع اللانهائية ل (C)

(4) بين أن f قابلة للاشتقاق في 1

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{x-1}{x^2} e^{x-1} \\ f'(x) = \frac{-3(\ln x)^2}{x} \end{cases} \text{ بين أن: (5)}$$

(6) أدرس تغيرات f و حدد جدول تغيرات

(7) بين أن:  $\forall x \geq 1 \quad f''(x) = \frac{3 \ln x}{x^2} (\ln x - 2)$

(8) حدد نقط انعطاف (C) إذا كان :  $x \geq 1$

(9) أنشئ المنحنى (C)

(10) أ) بين أن الدالة h قصور f على المجال  $I = ]1; +\infty[$  تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده

ب) حدد  $h^{-1}(x)$   $\forall x \in J$

(11) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :

$$\int_1^e (\ln x)^3 dx = 6 - 2e \quad \text{و أن:} \quad \int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$$

ب) استنتج المساحة الهندسية للجزء من المستوى المحصور بين المنحنيين (C) و ( $\Delta$ ) و المستقيمين :  $x = e$  و  $x = 1$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



(2) أ. بين أن

$$\forall x \in \mathbb{R}; f(x) = x + 3 - \ln(1 + e^x)$$

ب. استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة  $y = x + 3$  مقارب مائل بجوار  $-\infty$ .

ج. حدد الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (D).

$$(3) \text{ أ. بين أن } \forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = \frac{1}{1 + e^x}$$

ب. ضع جدول تغيرات الدالة f.

ج. ادرس تقعر المنحنى (C).

د. بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في نقطة

ينبغي تحديد أفصولها  $x_0$ .

(4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم  $(o; \vec{i}, \vec{j})$ .

(5) أ. بين أن f تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو مجال J ينبغي تحديده.

ب. أحسب  $f^{-1}(x)$  لكل  $x$  من J.

**تمرين 22:** المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}, \vec{j})$

لتكن f الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$

1. تحقق من أن f دالة زوجية

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أول هندسيا هذه النتيجة

3. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتج تغيرات f

$$4. \text{ بين أنه لكل } f''(x) = \frac{-2e^x (e^{2x} - 4e^x + 1)}{(e^x + 1)^4}$$

5. استنتج أن  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يجب تحديدهما

6. أرسم  $(C_f)$

(نأخذ:  $\ln(2 + \sqrt{3}) = 1,3$  و  $\ln(2 - \sqrt{3}) = -1,3$ )

**تمرين 23:** نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\ln(-x)}; x \in ]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0[ \\ f(0) = 0 \\ f(x) = e^{-x} + x - 1; x \in ]0; +\infty[ \end{cases}$$

(C) هو التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}, \vec{j})$

1. بين أن الدالة f متصلة في النقطة  $x_0 = 0$

2. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة  $x_0 = 0$

3. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  و أعط تأويلا هندسيا

4. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و بين أن (C) تقبل مقاربا مائلا بجوار  $+\infty$

5. أدرس تغيرات الدالة f.