التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = 4e^{-x} - e^{-2x}$

1) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

3) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أحسب $f''(x)$ و أدرس تقعر المنحنى C_f

5) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = x\left(1 - e^{-x}\right)$

1) أحسب نهايتي f

2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f

3) أ- أحسب الدالة المشتقة

ب- بين أن $\forall x > 0 \ : \ e^{x} - 1 + x > 0$ و $\forall x < 0 \ : \ e^{x} - 1 + x < 0$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

4) أدرس تقعر المنحنى C_f

5) أدرس الوضع النسبي ل C_f و المستقيم $(\Delta)\ y = x$

6) أرسم المنحنى C_f

التمرين الثالث

[I لتكن h الدالة بحيث $h(x) = 1 - (x-1)e^{x-1}$

1- أحسب $\lim_{x\to-\infty} h(x)$

2- أحسب $h'(x)$ و أنجز جدول تغيرات h

3- أستنتج أن $h(x) > 0$ لكل x من $]-\infty, 1[$

[II نعتبر الدالة f المعرفة على $D =]-\infty, 1[$ بما يلي : $f(x) = \ln(1-x) - e^{x-1}$

و ليكن C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 - احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

2 - ادرس الفرع اللانهائي ل C_f بجوار $-\infty$

3 - أ- أثبت أن $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x-1}$ $(\forall x \in D)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4- بين أن $(\exists! \alpha \in]-1,0[)\quad f(\alpha)=0$

6 - أنشئ C_f

التمرين الرابع

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x+xe^{\frac{1}{x}}\ ; x<0 \\ f(x)=(x-2\sqrt{x})e^{\sqrt{x}}\ ; x\geq 0 \end{cases}$ و ليكن (C_f) منحناهافي م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أ) أن f دالة متصلة في 0

   ب) ادرس قابلية الاشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة
3. ادرس الفروع اللانهائية ل (C_f)
4. ادرس تغيرات الدالة f ثم أعط جدول تغيراتها
5. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f(x)=xe^{-\frac{1}{x^2}}\ ; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ وليكن (C_f) منحناها في م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أدرس زوجية الدالة f
2. أدرس اتصال الدالة f على يمين من 0
3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين من 0
4. ادرس الفروع اللانهائية للمنحى (C_f)
5. ادرس تغيرات الدالة f على $[0;+\infty[$ وأعط جدول تغيراتها
6. أ- بين أن $f(x)>x\quad (\forall x<0)$

   ب- أنشئ المنحى (C_f)
7. لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0=-1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

   أ- بين أن $U_n<0\ (\forall n\in\mathbb{N})$

   ب- أثبت أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

   ج- استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين السابع

الجزء (1)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2e^x - x - 2$

1) أحسب النهايتين $\lim_{x\to-\infty} g(x)$; $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

2) أحسب $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g

3) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما $\beta = 0$ و الثاني α ينتمي للمجال $]-2,-1[$

ب- استنتج إشارة $g(x)$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$

1) أحسب النهايتين $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

3) أ- بين أن $f'(x) = e^x g(x)$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن $f(\alpha) = -\dfrac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ و أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \simeq -1{,}6$ و $f(\alpha) \simeq 0{,}2$)

5) ليكن (Δ_a) الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيمين $x = 0$; $x = a$ حيث $a < 0$

أ- تحقق أن $F(x) = xe^x$ دالة أصلية للدالة $x \to (x+1)e^x$

ب- أحسب S_a مساحة (Δ_a) بدلالة a ثم حدد $\lim_{a\to-\infty} S_a$

التمرين الثامن

الجزء 1 : نعتبر الدالة $g(x) = \dfrac{-x}{x+1} - \ln(x+1)$

1) بين أن $\lim_{\substack{x\to-1 \\ x>-1}} g(x) = +\infty$ (ضع $X = x+1$)

2) أ- أحسب المشتقة $g'(x)$ و استنتج أن g تناقصية قطعا على $]-1,+\infty[$ أنجز جدول تغيرات g

ب- أحسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$

الجزء 2 : لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = e^{-x}(1 + \ln(x+1))$

1) أحسب $\lim_{\substack{x\to-1 \\ x>-1}} f(x)$

2) بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ما ذا تستنتج ؟

3) بين أن $f'(x) = e^{-x} g(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل في المجال $]0,1[$ حلا وحيدا α (نأخذ $\ln 2 \simeq 0{,}7$; $e \simeq 2{,}7$)

5) أرسم المنحنى (C_f)