الدّوال الأصلِية

1. تعريف :

➢ **نقول أن** F **دالة أصلية ل** f **على** I **إذا كانت** F **قابلة للاشتقاق على** I **و** $\forall x \in I \quad F'(x)=f(x)$

2. خاصيات :

➢ كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال
➢ إذا كانت F دالة أصلية ل f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية ل f على I هي الدوال :
$x \mapsto F(x)+\lambda \quad (\lambda \in \mathbb{R})$
➢ ليكن x_0 و y_0 من $\mathbb{R}$ توجد دالة أصلية وحيدة F ل f تحقق $F(x_0)=y_0$
➢ لتكن F و G دالتان أصليتان ل f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :
- $F+G$ دالة أصلية ل $f+g$
- $k.F$ أصلية ل $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

f دالة معرفة على المجال I بما يلي : $f(x)=.......$	الدوال الأصلية ل f على I معرفة بما يلي: $F(x)=......$	المجال I
k (k عدد حقيقي ثابت)	$kx+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n\in\mathbb{N}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n\neq -1; n\in\mathbb{Z}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$x^r \quad (r\in\mathbb{Q}-\{-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1}+c$	$]0,+\infty[$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$1+\tan^2(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$	$\left]\frac{-\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right[,(k\in\mathbb{Z})$
$(a\neq 0),\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)+c$	$\mathbb{R}$
$(a\neq 0),\sin(ax+b)$	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b)+c$	$\mathbb{R}$

$\left]0,+\infty\right[$	$2\sqrt{x}+c$	$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$
$\left]-\infty,0\right[$ أو $\left]0,+\infty\right[$	$\dfrac{-1}{x}+c$	$\dfrac{1}{x^2}$
$\left]0,+\infty\right[$	$\ln(x)+c$	$\dfrac{1}{x}$
$\mathbb{R}$	e^x+c	e^x

4. العمليات على الدوال الأصلية :

شروط على u	الدوال الأصلية ل f على I	الدالة f
	$\dfrac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	$\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ $u'u^n$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$\dfrac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	$\left(n\neq -1; n\in\mathbb{Z}^*\right)$ $u'u^n$
لكل x من I , $u(x)>0$	$2\sqrt{u}+c$	$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$
لكل x من I , $u(x)>0$	$\dfrac{1}{r+1}u^{r+1}+c$	$\left(r\in\mathbb{Q}-\{-1\}\right)$ $u'u^r$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$-\dfrac{1}{u}+c$	$\dfrac{u'}{u^2}$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$\ln\lvert u\rvert+c$	$\dfrac{u'}{u}$
	e^u+c	$u'e^u$