

مُدمج الدوال اللوغاريتمية والأسية

السلسلة 1 (تمرينان)

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$ وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) تحقق أن لكل x من \mathbb{R} : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ ، ثم حدد D_f .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي بجوار $-\infty$

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(4) تحقق أن لكل x من \mathbb{R} : $f(x) = x + \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$ ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب بجوار $+\infty$ يتم تحديده

(5) بين أن : $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}$ لكل x من \mathbb{R} ، ثم أدرس تغيرات f وضع جدول تغيراتها .

(6) بين أن : $f''(x) = \frac{-\sqrt{e^x}\left(\left(\sqrt{e^x} - 2\right)^2 - 2\right)}{2\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right)^2}$ لكل x من \mathbb{R} ، ثم أدرس تقعر (C_f) و حدد نقط الإنعطاف إن وجدت.

(7) مثل مبيانيا (C_f) .

(8) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $e^x - e^m = 2(-1 + \sqrt{e^x})$ ($x \in \mathbb{R}$)

(9) ليكن g قصور f على $[0, +\infty[$

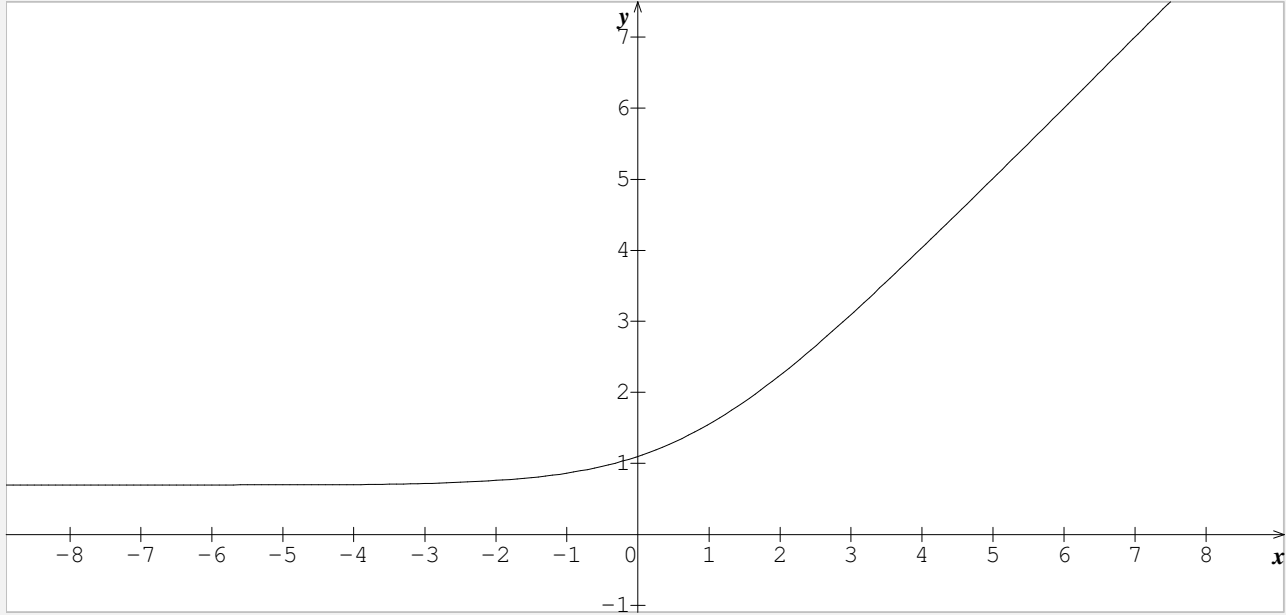
أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده

ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

ج. مثل في نفس المعلم السابق وبلون مغاير $(C_{g^{-1}})$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \ln(e^x + 2)$
و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (أنظر الشكل)



الجزء الأول

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا

(2) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- تحقق أن $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-x})$ لكل x من \mathbb{R} ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x$ بجوار $+\infty$

(3) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

الجزء الثاني

$$I = \int_2^3 |f(x) - x| dx \text{ نضع}$$

(1) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) و مثل (Δ) في الشكل أعلاه

(2) اعط تأويلا هندسيا ل I

(3) أ- بين أن لكل t من $[0, +\infty[$: $\ln(1+t) \leq t$

ب- استنتج أن لكل x من \mathbb{R} : $\ln(1 + 2e^{-x}) \leq 2e^{-x}$

ج- بين أن : $0 \leq I \leq \int_2^3 2e^{-x} dx$

د- أحسب $\int_2^3 2e^{-x} dx$ و استنتج تأطير ل I سعته 0,2