



نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 2 cm).

.. I

01. بين أن : $D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[$ (مجموعة تعريف الدالة f) (0.5 ن)

.. 02

أ- أحسب : $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x)$ و أول هندسيا النتيجة المتوصل إليهما (0.75 ن)

ب- أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+\infty$ يتم تحديده. (0.5 ن)

ج- بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة (لحساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ لاحظ أن $x(1-\ln x) = x - x \ln x$) .. (0.5 ن)

... 03

أ- بين أن : $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل x من D_f (0.75 ن)

ب- بين أن : الدالة f تناقصية على المجال $]0; 1[$ و تزايدية على كل من المجالين $]1; e[$ و $]e; +\infty[$ (1 ن)

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f (0.25 ن)

.. II

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم (أنظر الشكل) .

.. 01

أ- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية : $g(x) = 0$, $x \in]0; +\infty[$ (0.5 ن)

ب- نعطي جدول القيم التالية :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	-0,14	-0,02	0,12	0,28

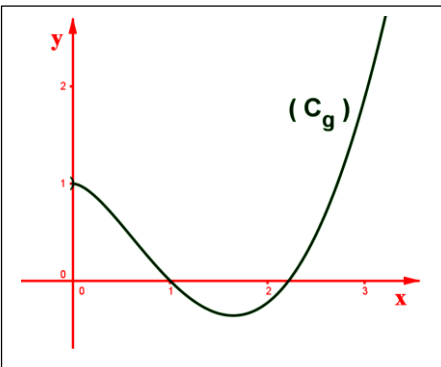
بين أن : المعادلة (E) تقبل حلا α حيث : $2,2 < \alpha < 2,3$ (0.5 ن)

.. 02

أ- تحقق من أن : $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل x من D_f (0.25 ن)

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين أفصولاهما 1 و α (0.5 ن)

ج- حدد انطلاقا من (C_g) ؛ إشارة الدالة g على المجال $]1; \alpha[$ و بين أن $f(x) - x \leq 0$ لكل x من $]1; \alpha[$ (0.5 ن)





03. أنشئ في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (1.25 ن)

04. ..

أ- بين أن : $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$ (لاحظ أن : $\frac{1}{x} = \frac{1}{1-\ln x}$ لكل x من D_f ) (0.75 ن)

ب- أحسب ، ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$

و $x = \sqrt{e}$ (0.75 ن)

III ...

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

01. بين بالترجع أن : $1 \leq u_n \leq \alpha$ لكل n من \mathbb{N} (0.5 ن)

02. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II (2 ج -)) (0.5 ن)

03. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها (0.75 ن)

02. باك 2014 الدورة العادية

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $D =]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln(x)$.

01. بين أن : $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0; +\infty[$. (0.5 ن)

02. تحقق أن $g(1) = 0$ ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $]0; 1[$ و $g(x) \geq 0$ لكل x من $]1; +\infty[$. (0.75 ن)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = (1 + \ln(x))^2 + \frac{1}{x^2}$. ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد

ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm) .

01. بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة . (0.5 ن)

02. أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0.25 ن)

ب - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln(x))^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. (1 ن)

ج - حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$. (0.25 ن)

03. أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن f تناقصية على $]0; 1[$ و تزايدية على $]1; +\infty[$. (1.5 ن)

ب- ضع جدول لتغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $]0; +\infty[$. (1 ن)

04. أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب) . (0.75 ن)



05. نعتبر التكاملين I و J التاليين $I = \int_1^e (1 + \ln(x)) dx$ و $J = \int_1^e (1 + \ln(x))^2 dx$.

- أ - بين أن : $H : x \rightarrow x \ln(x)$ دالة أصلية للدالة $h : x \rightarrow 1 + \ln(x)$ على $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن $I = e$. (0.5 ن)
- ب - باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن : $J = 2e - 1$. (0.5 ن)
- ج - أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$. (0.5 ن)

03. باك 2013 الدورة الاستدراكية

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $D =]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - x - \ln(x)$.

01. أ - تحقق أن : $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$. (0.25 ن)

ب - بين أن $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ و استنتج أن الدالة g تناقصية على $]0; 1[$ و تزايدية على $]1; +\infty[$. (1 ن)

02. بين أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0; +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) . (0.5 ن)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - (\ln(x))^2$. وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm) .

01. أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا النتيجة . (0.5 ن)

ب - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. (لاحظ أن $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln(x)}{x} \right)^2 \right)$) . (0.5 ن)

ج - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجما بجوار $+\infty$ يتم تحيد اتجاهه . (0.25 ن)

02. أ - بين أن : $f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln(x)}{x} \right)$ لكل x من $]0; +\infty[$. (1 ن)

ب - تحقق أن : $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln(x)}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ و استنتج أن f تزايدية على $]0; +\infty[$. (0.75 ن)

03. أ - بين أن : $y = 2x - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $A(1; 0)$. (0.5 ن)

ب - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة هي $A(1; 0)$) . (1 ن)

04. أ - لنتحقق أن الدالة $x \rightarrow x(\ln(x) - 1)$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \ln(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ ثم بين أن :

$$(0.75 ن) . I = \int_1^e \ln(x) dx = 1$$

ب - باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن : $J = \int_1^e (\ln(x))^2 dx = e - 2$. (0.5 ن)

ج - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$

$$(0.5 ن) . \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2 \text{ هي}$$