

### التمرين رقم 1:

$I$  لتكن  $g$  دالة بحيث  $g(x) = 1 - x + \ln x$   
 1) أدرس تغيرات الدالة  $g$   
 2) استنتج إشارة الدالة  $g$

$II$  نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي:  
 $f(0) = 0$  و  $f(x) = \sqrt{x} \ln x - x$   $x > 0$   
 1) أ. بين أن  $f$  متصلة على  $[0, +\infty[$   
 ب. أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$   
 2) أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أدرس الفرع اللانهائي ل  $C_f$  عند  $+\infty$   
 3) أ. بين أن  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} g(\sqrt{x})$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$

ب. أعط جدول تغيرات الدالة  $f$   
 4) أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين رقم 2:

$I$  نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي:  
 $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$   
 1) أحسب نهايات الدالة  $g$

2) أ. أحسب المشتقة  $g'(x)$  وضع جدول تغيرات  $g$   
 ب. أحسب  $g(1)$  واستنتج إشارة  $g(x)$

$II$  لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$   
 كما يلي:  $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$

1) أ. أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$   
 ب. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$

2) أحسب  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

3) لتكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$   
 بين أن  $h$  تقبل من  $I$  نحو مجال  $J$  دالة عكسية وحدد  $J$

4) أرسم المنحنيين  $(C_f)$  للدالة  $f$  و  $(C_{h^{-1}})$  للدالة العكسية  $h^{-1}$

### التمرين رقم 3:

نعتبر الدالة  $f$  بحيث:  $f(x) = 2 \ln|x-1| + \ln(2x+1)$   
 1) أ. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب. حل في  $D_f$  المعادلة  $f(x) = 0$   
 2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

3) أحسب  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$   
 4) أدرس الفروع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$

5) أرسم المنحنى  $(C_f)$

### التمرين رقم 4:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$   
 بما يلي:  $f(x) = \frac{x + \ln|x-1|}{x-1}$

1) أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$   
 2) بين أن النقطة  $\Omega(1,1)$  مركز تماثل للمنحنى  $C_f$

3) بين أن  $f'(x) = -\frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2}$

ثم أنجز جدول تغيرات  $f$  على  $]1, +\infty[$   
 4) أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين رقم 5:

الجزء ① : نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^{+*}$

بما يلي:  $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

1- أحسب نهايتي الدالة  $g$

2- أ. أحسب الدالة المشتقة  $g'(x)$

ب. أعط جدول تغيرات الدالة  $g$

3- أحسب  $g(1)$  واستنتج إشارة الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}^{+*}$

الجزء ② : لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^{+*}$

بما يلي:  $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$

1) أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب. تحقق أن  $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $C_f$  عند  $+\infty$

2) بين أن  $f'(x) = \frac{1}{x} g(x)$  ثم ضع جدول تغيرات  $f$

3) أرسم المنحنى  $C_f$

### التمرين رقم 6:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{x+2}{x+1} + \ln|x+1|$

1) أ. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

ب. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محددات  $D_f$

2) أحسب المشتقة  $f'(x)$  ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $f$

3) أ. أدرس تقعر المنحنى  $C_f$  محددًا إحداثيات نقطة الانعطاف

ب. أكتب معادلة المماس للمنحنى  $C_f$  في النقطة  $I$

4) أرسم المنحنى  $C_f$