# الدوال اللوغاريتمية

**تمرين1**

حدد مجموعة تعريف الدالة $f$ في الحالات التالية

a) $f(x)=\dfrac{3x}{1-\ln x}$     b) $f(x)=\ln\left(2x^2-x+3\right)$

c) $f(x)=\ln(\ln x)$     d) $f(x)=\sqrt{1-(\ln x)^2}$

**تمرين2**

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$$\ln(2x-3)+\ln(x+1)=\ln 3 \quad ; \quad \ln(2x-3)(x+1)=\ln 3$$

$$2\ln(2x-1)-3\ln(1-x)=0 \quad ; \quad \ln|2x-3|+\ln|x+1|=\ln 3$$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات

$$\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)\succ 0 \qquad \ln\left(-3x^2+x+2\right)\geq 0$$

$$\ln|x+1|\prec -\ln|3x+5|$$

3- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$$(\ln x)^3-2(\ln x)^2+3\ln x=0$$

$$Log_2 x=\frac{1}{2}+Log_4(2x+5)+Log_4 2$$

$$Log_2\left(\sqrt{x+2}\right)+Log_4(x+3)=\frac{3}{2}$$

4- حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة

$$\begin{cases} Log_x e+Log_y e=\dfrac{3}{2} \\ \ln xy=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

**تمرين3**

أحسب النهايات التاليات

$$\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^3 \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} x+\ln\left(x^2+1\right)$$

$$\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^n \quad n\in\mathbb{N}^* \qquad \lim_{x\to 0^+}(\sin x)\ln x$$

$$\lim_{x\to-\infty}\ln\frac{x^2-2x}{x^2+3} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2+2\right)}{x+2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x-3}{x}\right) \qquad \lim_{x\to+\infty}(\ln x)^2-x$$

**تمرين4**

أدرس قابلية الاشتقاق و حدد $f'(x)$ ي الحالات التالية

1) $f(x)=\ln\dfrac{3+x}{4-x}$  ;  2) $f(x)=\ln(1-\ln x)$

3) $f(x)=\dfrac{\ln x}{1-(\ln x)^2}$  ;  4) $f(x)=\ln\left(2x-\sqrt{x+1}\right)$

5) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1-\ln x} & x\succ 0 \\ f(x)=x-1 & x\leq 0 \end{cases}$

**تمرين5**

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية $f$ المعرفة بـ $f(x)=\dfrac{2}{x}+\ln\dfrac{x}{2}$

**تمرين6**

نعتبر الدالة العددية $f$ لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x$$

1- حدد مجموعة تعريف الدالة $f$ و نهايات $f$ عند محداتها

2- أدرس تغيرات $f$

3- حل المعادلة $f(x)=0$

4- حدد معادلة المماس ل $C_f$ عند النقطة ذات الأفصول 1

ثم أنشئ $C_f$ في م.م.م

**تمرين7**

أدرس ومثل مبيانيا الدالة العددية $f$ المعرفة بـ $f(x)=\ln\left|\dfrac{x}{x+1}\right|$

**تمرين8**

نعتبر الدالة العددية $f$ لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x)=x(1-\ln x)^2 & x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1- حدد $D_f$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتصال $f$ على يمين 0

2- أدرس اشتقاق $f$ على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

3- أدرس تغيرات $f$

4- حدد نقطة انعطاف المنحنى $C_f$

5- أدرس الفرع اللانهائي ثم أنشئ $C_f$ في م.م.م

**تمرين9**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة بـ $f(x)=\ln\left|\sqrt{x}-1\right|$

1- حدد $D_f$ أحسب $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- أحسب $f'(x)$ لكل $x$ من $D_f-\{0\}$ و أعط جدول تغيرات الدالة $f$

3- أدرس اشتقاق $f$ على يمين 0 و أول النتيجة هندسيا

4- أدرس الفروع اللانهائية لـ $C_f$

5- بين أن $C_f$ يقبل نقطة انعطاف A تحديد إحداثيتيها و أحسب معادلة المماس عند النقطة A

6- حدد نقطة تقاطع المنحنى $C_f$ و محور الأفاصيل التي تختلف عن الأصل

7- أنشئ $C_f$ نأخذ $\ln 2\simeq 0,7$

**تمرين10**

نعتبر الدالة العددية $f$ لمتغير حقيقي المعرفة بـ

$$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$$

1- حدد $D_f$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات $f$

3- حدد نقطة انعطاف المنحنى $C_f$

4- أدرس الفرعان اللانهائيان ثم أنشئ $C_f$ في م.م.م

5- استعمل $C_f$ لحل المعادلة و المتراجحة التاليتين

$$x+\sqrt{1+x^2}=1 \qquad x+\sqrt{1+x^2}\succ 1$$

**تمرين11** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة ب:

$$f(x)=x+2+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$$

و $C_f$ المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) حدد $D_f$ حيز تعريف الدالة $f$
2) بين أن النقطة $I(0;2)$ مركز تماثل ل $C_f$
3) ضع جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}^+$
4) أدرس الفروع اللانهائية ل $C_f$ على $\mathbb{R}^+$
5) أنشئ $C_f$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

**تمرين12**

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln x+1}{1-\ln x} & x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

وليكن $C_f$ تمثيلها المبياني في م م م ( الوحدة 2cm )

1) أ ــ حدد $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$ .

ب ــ بين أن متصلة في 0 على اليمين.

ج ــ ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في 0 على اليمين وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

2) أ ــ احسب $f'(x)$ لكل $x$ من $D_f$ .

ب ــ اعط جدول تغيرات الدالة $f$

3) أ ــ بين أن $C_f$ يقبل نقطة انعطاف I يجب تحديد إحداثيتيها. ثم اكتب معادلة المماس ل $C_f$ عند النقطة I .

ب ــ أنشيء المنحنى $C_f$

**تمرين13**

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\ln(x^3-3x+2)$$

و $C_f$ المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) احسب : $(x-1)^2(x+2)$ ثم استنتج $D_f$ .
2) احسب نهايات $f$ عند محدات $D_f$ .
3) ضع جدول تغيرات $f$
4) أ. بين أن لكل $x\in]1;+\infty[$ لدينا :

$$f(x)=3\ln x+\ln\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)$$

ب. ادرس الفروع اللانهائية ل $C_f$ .

ت. حدد معادلة المماس ل $C_f$ في النقطة ذات الأفصول $x_0=0$ .

ث. احسب $f(2)$ ثم أنشئ $C_f$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

**تمرين14**

نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي:

$$f(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x$$

1) أ. احسب نهايات $f$ عند محدات $D_f$ .

ب. احسب $f'(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$

ت. بين أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على $x\in\mathbb{R}_+^*$ .

ج. احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ .

2) نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة ب: $g(x)=(x-1)\ln x$

و $(C_g)$ المنحنى الممثل لها في معلم متعامد وممنظم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

أ. حدد $D_g$ حيز تعريف الدالة $g$ .ثم أحسب نهايات $g$ عند محدات $D_g$ .

ب. بين أن : $\left(\forall x\in D_g\right):g'(x)=f(x)$

ت. ضع جدول تغيرات الدالة $g$ .

ث. ادرس الوضع النسبي ل $(C_g)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x-1$

ج. ادرس الفرعين اللانهائيين ل $(C_g)$.

ح. أنشئ $(C_g)$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

**تمرين15**

I) نعتبر الدالة العددية $h$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي: $h(x)=\dfrac{x}{x+1}+\ln(x+1)$

1) حدد $D_h$ ثم احسب نهايات $h$ عند محدات $D_h$ .
2) أ. احسب $h'(x)$ لكل $x\in D_h$ ثم أدرس إشارتها.

ب. ضع جدول تغيرات $h$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ . (لاحظ أن $h(0)=0$ )

II) . نعتبر الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي: $f(x)=\sqrt{x\ln(x+1)}$

1) . حدد $D_f$ ثم احسب نهايات $f$ عند محدات $D_f$ .
2) .ادرس الفرع اللانهائي ل $C_f$ .
3) أ. ادرس قابلية اشتقاق $f$ في $x_0=0$ ثم أول النتائج هندسيا .

ب. احسب $f'(x)$ لكل $x\in D_f$ و $x\neq 0$

و تحقق أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $h(x)$

ج. ضع جدول تغيرات $f$

د. أنشئ $C_f$ في المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.(نقبل أن $f''$ موجبة على $]-1;0[$ و سالبة على $]0;+\infty[$ ).