

التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1-u_n}{3-4u_n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ;

(1) أ) - ييه بالترجع أه : $2u_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ;

ب) ييه أه المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية قطعا و أنها متقاربة

(2) نضع : $v_n = \frac{2}{2u_n - 1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ;

أ) ييه أه (v_n) متتالية حسابية أساسها -4

ب) أحسب v_n بدلالة n و ييه أه $u_n = \frac{n}{2n+1}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

المستوى : $4y - 3z + 3 = 0$; (P)

(1) ييه أه المجموعة $S: x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4z + 3 = 0$ فلكة محدا مركزها Ω و شعاعها

(2) أ) أحسب مسافة المركز Ω عه المستوى (P)

ب) ييه أه المستوى (P) يقطع الفلكة (S) في دائرة (C) شعاعها $r = 1$

(3) أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار مه Ω و العمودي على (P)

ب) حدد مثلوث احداثيات مركز الدائرة (C)

التمرين الثالث

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

نعتبر في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 4z + 8 = 0$; (E)

(1) أ) حل في \mathbb{C} المعادلة (E)

ب) حدد معيار و عمدة كل مه حلي المعادلة (E)

(2) لكه A و B نقطتيه مه المستوى لحقهما على التوالي $a = 2 + 2i$

و $b = \sqrt{3} - i$ و ليكه r الدوران الذي مركزه B و قياسه زاويته $\frac{\pi}{2}$

نضع : $A = r(E)$ و $F = r(O)$

أ) تحقق أه $f = (1 - i)b$ و استنتج أه $\arg(f) \equiv -\frac{5\pi}{12} [2\pi]$ و $|f| = 2\sqrt{2}$

ب) حدد الشكل الجبري للعدد f و استنتج أه $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

ج) حدد e لحق النقطة E ثم تحقق أه : $AF = OE$

التمرين الرابع

نضع $f(x) = ax + 3 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1)$ حيث a, b عددا حقيقيه

(1) أ) أحسب المشتقة $f'(x)$

ب) حدد العدديه a, b علما أه المنحنى (C_f) يقبل في النقطة $A(0,1)$ مماسا يوازي المستقيم $(D) y = 2x$

(2) نأخذ في ما يلي $a = -1, b = -2$

أ- أحسب النهايتيه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x > -1} f(x)$

ب- أدرس الفرج الانعائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) أ- ييه أه $f'(x) = -\frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)^2}$

ب- ضغ جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم المنحنى (C_f)

((C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطتيه أفصولاهما $3, 4$ و $3, -0$)