الثانية علوم فيزيائية | فرض رقم 2 | ذ : المانتـــي

التمرين الأول

نعتبر المتتالية $\left(U_n\right)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{5}{2}U_n - 6$ ثم نضع $V_n = U_n - 4$

1) أ) بين أن $U_n > 4$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$

ب) أدرس رتابة المتتالية $\left(U_n\right)_{n\geq 0}$

2) أ) بين أن $\left(V_n\right)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{2}$ و أحسب V_n بدلالة n

ب) استنتج أن $U_n = 4 + \left(\frac{5}{2}\right)^n$ بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثاني

لتكن $\left(U_n\right)_{n>0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_1 = 0$ و $U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$ و نضع $W_n = \frac{1}{1+U_n}$

1) أ) بين أن $U_n > -1$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$

ب) تحقق أن $U_n - U_{n+1} = \frac{\left(U_n + 1\right)^2}{U_n + 3}$ ثم أدرس رتابة المتتالية $\left(U_n\right)_{n\geq 0}$ و استنتج أنها متقاربة

2) أ) بين أن $\left(W_n\right)_{n>0}$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ ثم أحسب W_n بدلالة n

ب) استنتج أن $U_n = \frac{1-n}{1+n}$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left[0,+\infty\right[$ بما يلي : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

1) أ) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة 0 و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) بين أن $f(x) < x$ $\left(\forall x \in \left]1,+\infty\right[\right)$ و أول النتيجة هندسيا

3) أ) بين أن $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ $\left(\forall x \in \left]0,+\infty\right[\right)$

ب) أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) لتكن g الدالة المعرفة على $\left[1,+\infty\right[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

ا) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يتعين تحديده

ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من I (لاحظ أن $x - 2\sqrt{x} + 2 = \left(\sqrt{x} - 1\right)^2 + 1$)

5) أرسم في نفس المعلم المنحنى (C) و منحنى الدالة g^{-1}

6) نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)_n$ بحيث : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = g\left(u_n\right)$

أ) بين أن $u_n > 1$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$

ب) أدرس رتابة المتتالية $\left(u_n\right)_n$ و استنتج أنها متقاربة

ج) حدد نهاية المتتالية $\left(u_n\right)_n$