

$$\begin{cases} U_0 = 1440 \\ U_{n+1} = \frac{1438}{1439} U_n + 1 \end{cases} \quad \text{التمرين الأول} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n)_n \text{ المعرفة بما يلي:}$$

$$1) \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1439 < U_n$$

$$2) \text{ بين أن } (U_n)_n \text{ متتالية تناقصية ومتقاربة}$$

$$3) \text{ نضع } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = U_n - 1439$$

$$أ) \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية هندسية أساسها } q = \frac{1438}{1439}$$

$$ب) \text{ أحسب } V_n \text{ بدلالة } n \text{ ثم استنتج أن } U_n = 1439 + \left(\frac{1438}{1439}\right)^n \text{ وحدد } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

5 نقط

1 ن

1 ن

1 ن

2 ن

## التمرين الثاني

$$\text{لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية معرفة بما يلي: } U_0 = 2016 \text{ و } U_{n+1} = \frac{2017^2}{2 \times 2017 - U_n}$$

$$1) \text{ أ) تحقق أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 2017 = \frac{2017(U_n - 2017)}{2017 + (2017 - U_n)}$$

$$ب) \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n < 2017$$

$$2) \text{ بين أن } U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 2017)^2}{2017 + (2017 - U_n)} \text{ واستنتج أن } (U_n)_n \text{ تزايدية ومتقاربة}$$

$$3) \text{ نضع } V_n = \frac{2017}{2017 - U_n} \text{ لكل عدد طبيعي } n$$

$$أ) \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية حسابية أساسها } r = 1$$

$$ب) \text{ حدد } V_n \text{ بدلالة } n \text{ واستنتج أن } U_n = 2017 - \frac{2017}{n + 2017} \text{ ثم حدد } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

5.5 نقط

0.75 ن

0.75 ن

1.5 ن

1 ن

1.5 ن

## التمرين الثالث

$$\text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } ]0, +\infty[ \text{ بما يلي: } f(x) = x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}$$

$$1) \text{ أ) أحسب النهايتين } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$ب) \text{ أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى } (C_f)$$

$$2) \text{ أحسب المشتقة وأدرس منحنى تغيرات الدالة ثم ضع جدول التغيرات } f$$

$$3) \text{ أ) بين أن } (\forall x > 0) \quad f(x) - x = \frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{x}$$

$$ب) \text{ أدرس الوضع النسبي للمنحنى } (C_f) \text{ والمستقيم } y = x \text{ (D)}$$

$$4) \text{ أرسم المنحنى } (C_f) \text{ والمستقيم } y = x \text{ (D)}$$

8.5 نقط

1.5 ن

1.5 ن

2 ن

1 ن

1 ن

1.5 ن